

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2020

MATHÉMATIQUES

Sciences et Technologies du Management et de la Gestion

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 3

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé,
l'usage de calculatrice sans mémoire, « type collègue » est autorisé.

Le candidat doit traiter les 4 exercices.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

*Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet et
que toutes les pages sont imprimées.*

L'annexe page 7 est à rendre avec la copie.

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : (4 points)

Les membres d'un centre de loisirs ont le choix entre différentes activités. Parmi celles-ci figurent des activités sportives, des activités artistiques et d'autres activités.

On sait que :

- 60 % des membres pratiquent une activité sportive ;
- parmi ceux qui pratiquent une activité sportive, 5 % pratiquent aussi une activité artistique ;
- parmi ceux qui ne pratiquent pas d'activité sportive, 27 % ont choisi une activité artistique.

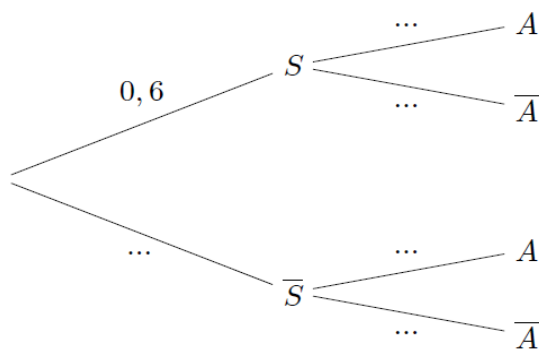
On choisit un membre du centre de loisirs au hasard et on définit les événements suivants :

S : « la personne pratique une activité sportive »

A : « la personne pratique une activité artistique »

\bar{S} et \bar{A} désignent respectivement les événements contraires de S et A .

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2. Définir par une phrase l'événement $S \cap A$, puis calculer sa probabilité.
3. Montrer que la probabilité de l'événement A est 0,138.
4. Sachant que la personne choisie pratique une activité artistique, quelle est la probabilité qu'elle pratique une activité sportive ? On arrondira le résultat au millième.

Exercice 2 : (5 points)

Les deux parties sont indépendantes

Partie A

Le tableau ci-dessous donne les quantités de marchandises transportées dans le monde par voie maritime entre 2000 et 2017, exprimées en millions de tonnes.

| Année | 2000 | 2005 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|--|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| Rang de l'année : x_i | 0 | 5 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| Quantité de marchandises en millions de tonnes y_i | 5984 | 7109 | 8409 | 8784 | 9197 | 9548 | 9842 | 10024 | 10289 | 10702 |

Source : Nations Unies (UNCTAD)

Le nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$ est donné en **annexe à rendre avec la copie**.

1. Expliquer pourquoi ce nuage de points permet d'envisager un ajustement affine.
2. Déterminer à l'aide de la calculatrice l'équation réduite de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au dixième.
3. On décide de modéliser la quantité de marchandises y en fonction du rang de l'année x par l'expression $y = 280x + 5800$.
Tracer la droite D d'équation $y = 280x + 5800$ dans le repère donné en **annexe à rendre avec la copie**.
4. Estimer, selon le modèle de la question 3., la quantité de marchandises transportées par voie maritime en 2025, en expliquant la démarche suivie.

Partie B

Un navire porte-conteneurs fait le trajet Shanghai (Chine) – Le Havre (France). Une étude permet de modéliser son temps de trajet, exprimé en jours, par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance 26 et d'écart type 2.

1. Déterminer la probabilité $P(X \leq 26)$ et en donner une interprétation dans le contexte étudié.
2. Calculer la probabilité que le navire mette plus de 28 jours pour faire le trajet. On arrondira le résultat au millième.

Exercice 3 : (5 points)

Tous les ans à partir de fin novembre, des volontaires d'une organisation non gouvernementale de protection de la nature parcourent les côtes de la Californie pour estimer le nombre de papillons Monarques : il s'agit d'une espèce de papillons qui viennent y passer l'hiver.

On dispose des données suivantes :

| Année | 1997 | 2000 | 2006 | 2012 | 2019 |
|---|-------|------|------|------|------|
| Nombre de papillons Monarques en milliers | 1 300 | 400 | 200 | 90 | 50 |

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 0,1 %.

1. Calculer le taux d'évolution global du nombre de papillons Monarques entre 1997 et 2019.
2. Montrer que le taux d'évolution annuel moyen du nombre de papillons Monarques entre 1997 et 2019 est $-13,8\%$.

Partie B

On suppose qu'à partir de l'année 2019, le nombre de papillons baisse de 14 % chaque année.

On décide de modéliser le nombre de papillons Monarques par une suite (u_n) .

Pour tout entier naturel n , u_n désigne le nombre de milliers de papillons Monarques pour l'année $(2019 + n)$.

On a donc $u_0 = 50$.

1. Montrer que $u_1 = 43$.
2. Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,86.
3. Exprimer, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .
4. Estimer selon ce modèle le nombre de papillons Monarques en 2029. On arrondira le résultat au millier.
5. On souhaite calculer le rang de l'année à partir duquel le nombre de papillons Monarques sera strictement inférieur à 10 milliers.

Recopier et compléter l'algorithme suivant, afin qu'après exécution, la variable N contienne la valeur recherchée.

| |
|-----------------------|
| $U \leftarrow 50$ |
| $N \leftarrow 0$ |
| Tant que $U > 10$... |
| $U \leftarrow \dots$ |
| $N \leftarrow N + 1$ |
| Fin Tant que |

Exercice 4 : (6 points)

Une entreprise fabrique des petites figurines pour enfant. Pour s'assurer de la qualité de ses produits, l'entreprise ne réalise pas plus de 18 milliers de figurines par mois et on suppose que chaque figurine produite est vendue.

On note x le nombre de milliers de figurines vendues par mois, avec $x \in [0 ; 18]$.

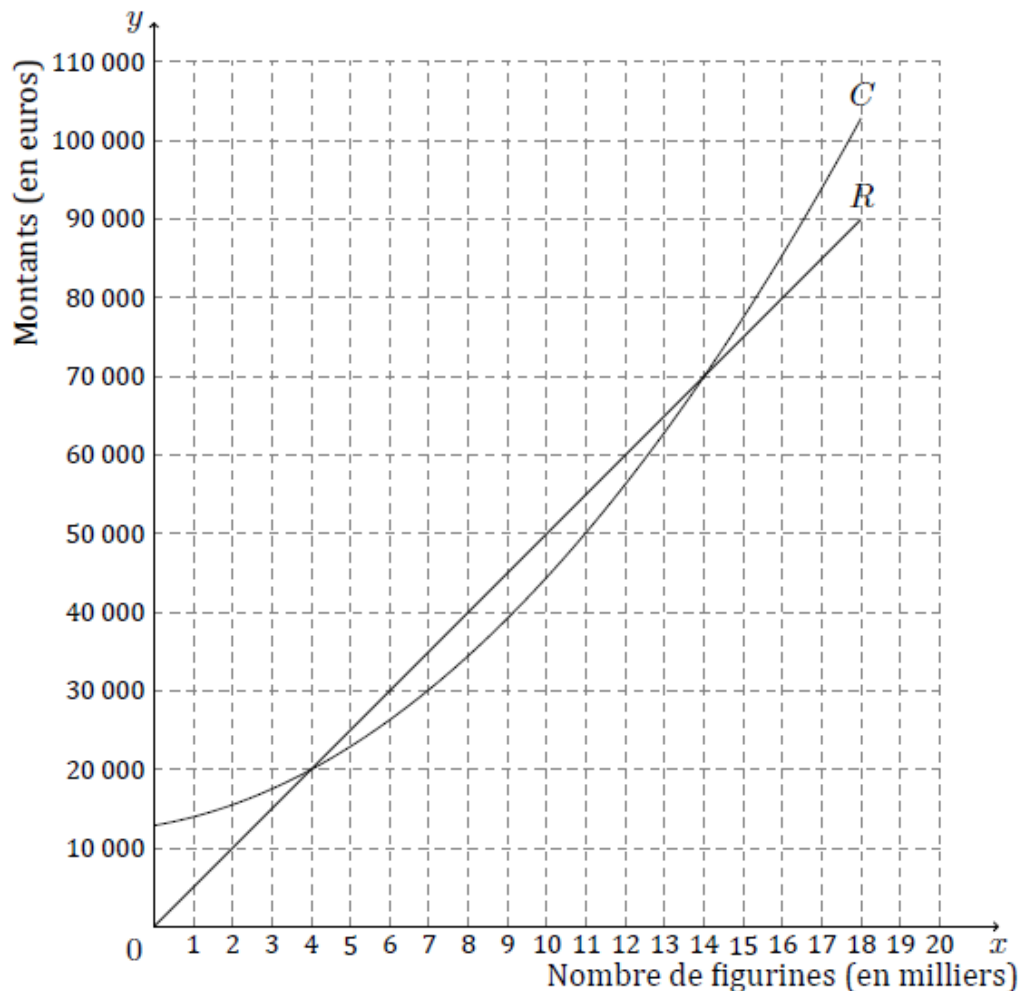
Partie A : lecture graphique

On a représenté sur le graphique ci-dessous le chiffre d'affaires mensuel et le coût de production mensuel en fonction du nombre de milliers de figurines produites.

La courbe C représente le coût de production et la courbe R le chiffre d'affaires mensuels.

À l'aide du graphique répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le montant du chiffre d'affaires mensuel obtenu pour 10 milliers de figurines vendues ?
2. Donner sous forme d'intervalle le nombre de milliers de figurines vendues pour lequel l'entreprise réalise des profits.



Partie B : étude du bénéfice mensuel

Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 18]$, on note $B(x)$ le bénéfice mensuel de l'entreprise en euros. On a :

$$B(x) = -230x^2 + 4140x - 12880.$$

1. On admet que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 18]$:

$$B(x) = -230(x^2 - 18x + 56).$$

- a. Résoudre l'équation suivante par le calcul :

$$x^2 - 18x + 56 = 0.$$

- b. En déduire les points morts de production, c'est-à-dire les nombres de figurines produites pour lesquels le bénéfice est nul.

2. On note B la fonction définie sur l'intervalle $[0; 18]$ par :

$$B(x) = -230x^2 + 4140x - 12880.$$

- a. Calculer $B'(x)$ pour x appartenant à $[0; 18]$.

- b. Étudier le signe de $B'(x)$ et en déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 18]$.

- c. Combien l'entreprise doit-elle vendre de figurines pour que le bénéfice soit maximal ? Quel est le montant de ce bénéfice maximal ?

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 2

