

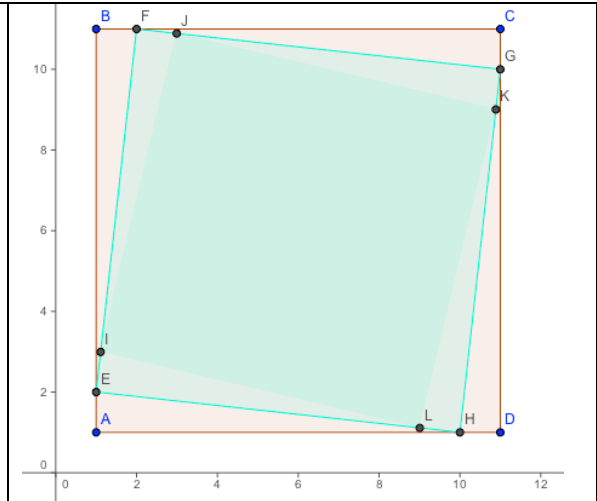
Enoncé :

A l'instant $t=0$, 4 personnes sont placées aux sommets d'un carré de côté 10 unités. A est amoureux de B, B est amoureux de C, C est amoureux de D, et D est amoureux de A.

A chaque seconde qui passe, chaque personne, l'une après l'autre fait un pas de 1 unité en direction de la personne qu'elle aime.

On a représenté ci-contre la situation au bout de 2 secondes.

Question : les amoureux se rencontreront-ils ? si oui au bout de combien de temps ?



Travail à réaliser sur GeoGebra

Pour simuler cette situation, sur GeoGebra construire un carré de côté 10 cm et réaliser un outil qui permet de simuler les déplacements successifs des 4 personnes.

Que pouvez-vous conjecturer sur la rencontre?

Aide : placez les points $A(1,1)$ $B(1,11)$ $C(11,11)$ $D(11,1)$ et utiliser un cercle de rayon 1 pour simuler le déplacement...Remarquez l'évolution de l'aire des carrés successifs...

Analyse

On notera d_n le côté du carré au bout de n secondes.

- 1- Calculer d_1 en fonction de d_0
 - 2- Vérifier que $d_{n+1} = \sqrt{1^2 + (d_n - 1)^2}$. On définit ainsi une suite (d_n) par cette relation de récurrence.
 - 3- Sur GeoGebra, tracer la représentation graphique de la fonction.
 - 4- Tracer la droite $y = x$ et dessiner le chemin de la suite (d_n) . (On pourra réaliser un outil qui permet d'afficher un terme de la suite en fonction du précédent...)
 - 5- Résoudre l'équation $f(x) = x$
- Conjecturer alors la limite de cette suite.

Prolongement : le problème de la course du chien..., du missile....

Un homme se promène sur une demi-droite, $y = 11$ et $x \geq 0$. L'homme se déplace chaque seconde sur cette demi-droite en faisant un pas de 0,5 unité, toujours dans la même direction.

A chaque début de seconde, le chien repère la position du maître et court ensuite dans cette direction pendant la durée de la seconde à la vitesse de 2 unités par seconde.

A l'instant $t = 0$, la position du maître est en $(1,11)$ et le chien est en $(1,1)$.

Réalisez un outil qui permet de représenter la course du chien...(voir ci-contre)

