Durée : 4 heures

Baccalauréat STI 2D/STL
Nouvelle-Calédonie 19 novembre 2015

EXERCICE 1 **6 points**

Jusqu'à présent Pierre n'a encore jamais réussi à économiser un seul euro. Pour le responsabiliser dans la gestion de son argent de poche, ses parents décident de lui verser 30 euros tous les premiers du mois.
Pierre décide que pour s'offrir le téléphone de ses rêves qui coûte 150 euros, il ne dépensera chaque mois que 20 % de son capital accumulé.
Le premier versement lui a été fait au 1^er^janvier 2015.

1. De quelle somme Pierre disposera-t-il encore au soir du 31 janvier 2015 ?

2. Soit (u_n) le capital dont dispose Pierre juste après le n-ième versement. Ainsi u_1 vaut 30 et u_5 correspond au capital acquis par Pierre le 1^er^mai 2015.

a. Montrer que $u_2 = 54$.

b. Justifier que $u_{n+1} = 0,8u_n + 30$.

c. Recopier et compléter l'algorithme A suivant pour qu'il affiche le capital acquis le 1^er^avril 2015.

```
Initialisation
        Affecter à i la valeur 1
        Affecter à u la valeur 30
Traitement
    Tant que ……
        Affecter à u la valeur……
        Affecter à i la valeur i + 1
    Fin Tant que
Sortie
        Afficher u
```

3. Recopier et compléter le tableau suivant donnant des termes de la suite (u_n) et conjecturer la limite de cette suite.

n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
u_n										

4. Soit l'algorithme B suivant :

```
Initialisation
        Affecter à i la valeur 1
        Affecter à u la valeur 30
        Saisir la valeur de p
Traitement
    Tant que |u − 150| > p
        Affecter à u la valeur 0,8 u + 30
        Affecter à i la valeur i + 1
    Fin Tant que
Sortie
        Afficher i
```

Comment utiliser cet algorithme B pour savoir à quel moment Pierre disposera d'au moins 149,90 euros ?

5. Pierre se rend compte qu'avec cette gestion de son argent de poche il ne pourra jamais s'offrir le téléphone de ses rêves. Exposez un plan de gestion de l'argent de poche qui permette à Pierre d'effectuer son achat dans l'année sans demander plus d'argent à ses parents.

EXERCICE 2 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

1. La négation de la phrase suivante « toute solution de l'équation (E) est strictement supérieure à 3 » :

a. toute solution de (E) est inférieure ou égale à 3

b. aucune solution de (E) n'est strictement supérieure à 3

c. au moins une solution de (E) est inférieure ou égale à 3

d. une seule solution de (E) est inférieure ou égale à 3

2. Soient Z_1 et Z_2 les nombres complexes définis par : $Z_1 = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$ et $Z_2 = 3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}$. Une forme exponentielle du quotient $\dfrac{Z_l}{Z_2}$ est :

a. $\dfrac{2}{3}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{5\pi}{6}}$

b. $-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$

c. $-\dfrac{2}{3}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$

d. $\dfrac{2}{3}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{5\pi}{6}}$

3. On considère l'équation différentielle $y' + 5y = 3$, où y désigne une fonction dérivable sur l'ensemble des réels. La solution f de cette équation telle que $f(0) = 0$ est la fonction de la variable x vérifiant pour tout réel x :

a. $f(x) = +0,6\mathrm{e}^{5x} + 0,6$

b. $f(x) = -0,6\mathrm{e}^{-5x} + 0,6$

c. $f(x) = 0$

d. $f(x) = -3\mathrm{e}^{-5x} + 3$

4. On considère la production d'une usine de composants électroniques. On admet que la durée de fonctionnement sans panne (en années) de ces composants peut être modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,1$.
La probabilité qu'un composant pris au hasard, soit tombé en panne au bout 6 ans est, au centième près :

a. 1,6 **b.** 0,55 **c.** 0,45 **d.** 0,05

EXERCICE 3 **4 points**

Les questions peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.
Les résultats seront arrondis à 10^{-4} près.

1. Dans une usine, une machine remplit automatiquement avec de l'huile de moteur des bidons pouvant contenir au maximum 102 litres. Pour pouvoir être commercialisé, un bidon doit contenir au moins 98 litres d'huile.
La quantité d'huile, exprimée en litres, fournie par la machine peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 100$ et d'écart-type $\sigma = 0,8$.

a. Déterminer la probabilité de l'évènement « $X > 102$ » et interpréter ce résultat.

b. Déterminer le pourcentage de bidons qui ne pourront pas être commercialisés en expliquant votre démarche.

2. On estime que 99,4 % des bidons sont remplis correctement.

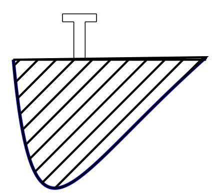
Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque lot de 30 bidons prélevés au hasard dans la production de l'usine, associe le nombre de bidons non correctement remplis. Le stock est suffisamment important pour que ce prélèvement soit assimilé à un tirage avec remise.

Après avoir précisé la loi suivie par Y, calculer la probabilité qu'il y ait au plus un bidon non correctement rempli dans un lot de 30 bidons.

EXERCICE 4 **6 points**

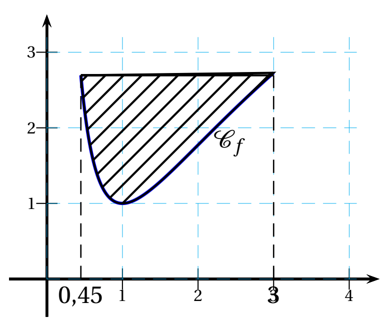
Une entreprise fabriquant des planches de surf conçoit un nouveau modèle d'aileron. Cet aileron est composé de deux parties :

— la partie supérieure ou « boîtier » permettant de fixer l'aileron à la planche,
— la partie inférieure destinée à être immergée dans l'eau.



Pour estimer la quantité de matière nécessaire à la fabrication de la partie inférieure de l'aileron, l'entreprise souhaite connaître le mieux possible l'aire A du domaine hachuré.

Pour modéliser le profil latéral de la partie inférieure on se place dans un repère orthonormé avec une échelle de 1 carreau pour 10 cm et on se propose d'utiliser, pour des abscisses comprises entre 0,45 et 3, la courbe C_f représentative de la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{a}{x} + b + 4\ln(x)$ où a et b sont des constantes réelles qui restent à déterminer.



1. Évaluer l'aire A en nombre entier de carreaux en expliquant votre démarche.

2. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$ et de $f'(1)$.

3. Vérifier que le choix de $a = 4$ et $b = -3$ répond au problème posé.

4. Soit la fonction F définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $F(x) = (4x+4)\ln(x) - 7x$.

Montrer que F est une primitive de f.

5. Déterminer au cm^2 près une valeur approchée de l'aire A.