

Étude du reste d'une division euclidienne

Énoncé

Pour tout entier naturel non nul n on considère les deux nombres entiers $N = 3n^2 - n + 1$ et $D = 2n - 1$.

Le but de l'exercice consiste à déterminer, suivant les valeurs de n , le reste de la division euclidienne de N par D .

Expérimentation

1. Déterminer, à l'aide d'un logiciel, les valeurs du reste de la division euclidienne de N par D , pour toutes les valeurs de n comprises entre 1 et 50.
2. Représenter graphiquement ce reste en fonction de n .

Appeler l'examineur pour une vérification de la représentation obtenue.

3. Conjecturer, suivant les valeurs de n , l'expression du reste de la division euclidienne de N par D .

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture trouvée.

Justifications

4. La conjecture formulée est-elle vraie ? Justifier.

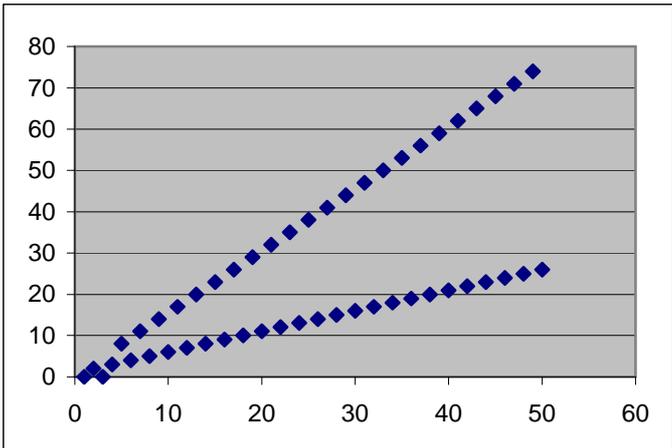
Production demandée

- Obtention à l'écran de la représentation demandée dans la question 2. de la partie I.
 - La conjecture faite dans la question 3. de la partie I.
 - La stratégie prévue pour valider ou invalider la conjecture faite.
-

Quelques commentaires personnels sur la fiche 073 2008

ETUDE DU RESTE D'UNE DIVISION EUCLIDIENNE

entier n	$N=3n^2-n+1$	$D=2n-1$	reste N/D
1	3	1	0
2	11	3	2
3	25	5	0
4	45	7	3
5	71	9	8
6	103	11	4
7	141	13	11
8	185	15	5
9	235	17	14



Le graphique illustre la relation entre les termes N et D pour n allant de 1 à 9. La suite N (points supérieurs) est quadratique, tandis que la suite D (points inférieurs) est linéaire. Les points bleus en forme de losange sont tracés sur un fond gris à rayures horizontales.

L'utilisation d'un tableur est classique (les élèves de spécialité connaissent sans aucun doute la fonction MOD())

Le résultat obtenu est visuellement très intéressant.

Les conjectures devront être formulées soigneusement (les élèves verront-ils la particularité aux valeurs $n=1$ et $n=3$?)

Avant de tenter un calcul certains auront envie de tester d'autres valeurs (jusqu'à 1000 par exemple).

Pour $n=2a$, $N = 12a^2 - 2a + 1 = (4a-1)(3a) + (a+1)$

Pour $n = 2a+1$ $N = 12a^2 + 10a + 3 = (4a+1)(3a+1) + (3a+2)$ et là, comme le reste doit être inférieur à D, il faudra envisager les cas $a = 0$ et $a = 1$

Conclusion : très bon sujet de spécialité, mais les suites extraites sont-elles au programme ?