

Récit de l'expérimentation

Voici l'exposé des travaux proposés par deux collègues, un en mathématique et l'autre en musique au collège de Magenta à Nouméa. Ces travaux ont été menés avec une classe de 5^{ème} au cours de la seconde période de l'année 2017 dans le cadre des Enseignement Pratiques Interdisciplinaires.

Notre objectif consiste à construire la gamme de Pythagore grâce à un instrument appelé le monocorde. Pour cela, les élèves devront chercher les notes sur la corde par tâtonnement. Pour certaines, ce sera facile pour d'autres, ils auront besoin du calcul qui permettra de savoir très exactement où pincer la corde pour obtenir la note voulue.

Un peu d'histoire :

Pythagore, philosophe, mathématicien et scientifique de renom, a vécu au VI^{ème} siècle av. JC. Il pense que toute chose est liée aux mathématiques, y compris la musique. Il découvre qu'il existe une relation entre la longueur d'une corde tendue que l'on fait vibrer et la hauteur du son émis (la longueur de corde est inversement proportionnelle à la fréquence du son).

Plus la corde est petite, plus le son est aigu. Pythagore crée alors un instrument : le monocorde.



De la théorie maintenant :

Qu'est ce qu'un intervalle en musique ?

Pythagore utilisa pour construire sa gamme trois rapports simples: $1/2$; $2/3$; $3/4$. Le premier est appelé l'octave, le second la quinte et la troisième la quarte. Ainsi, si nous construisons un monocorde simple, si la note de base est de longueur 1, l'octave sera celle de longueur $1/2$, sa quinte sera la corde de longueur $2/3$ et sa quarte celle de longueur $3/4$.

Avec l'intervalle de la quinte il construit toutes les notes de la gamme sauf le fa (on utilisera la quarte).

On arrête pour la théorie, passons à la pratique:

Le collègue de musique s'est mis au travail et a construit 5 monocordes pendant les vacances. Il les a équipés d'un mètre pour mesurer les longueurs.

Première séance en classe entière et co-enseignement :

Je n'avais pas cours et j'ai pu participer à la séance qui ne devait pas prendre toute l'heure.

Le collègue de musique présente son monocorde à deux cordes et la problématique: « construire la gamme de Pythagore. »

Les élèves ont chanté la gamme do ré mi fa sol la si do.

Est présenté le très célèbre Pythagore qui a fabriqué un monocorde lui aussi et a fait quelques expériences « À la moitié de la corde on obtient l'octave. Et la moitié de la moitié, ça donne quoi ? »

Deux élèves apprennent à manipuler le siller et le médiateur.

Les filles cherchent les notes par tâtonnement, il faut garder en tête la note et ne pas se laisser perturber par le son du monocorde. Pas évident !

Dans un second temps, il faut repérer les élèves qui entendent la quinte do-sol. On retrouve cet intervalle dans les deux premières notes de la musique culte de Star Wars.

Rapidement un casting digne de « the voice » nous permet de trouver les nouveaux chefs de groupe pour la prochaine séance.

Il faut faire un peu de théorie pour préparer la prochaine séance, en donnant des noms aux intervalles et en s'entraînant par des questions flash (activité mentale) sur le nom des intervalles. Je laisse mon collègue expliquer et donner le nom des intervalles et j'anime l'activité mentale qui permettra de créer des automatismes pour la séance suivante.

En cours de math :

Pour la suite de notre travail, les élèves ont besoin de solides connaissances sur les nombres fractionnaires et leur produit. J'ai modifié ma progression et j'ai traité le sujet en priorité pour ne pas avoir de problème au moment de la recherche sur le monocorde.

Le produit des nombres fractionnaires n'est pas dans le programme de 5^{ème} : les repères de progressivité montrent que c'est en 4^{ème} seulement que la notion est traitée. Je prends donc quelques libertés dans la mesure où les cycles permettent une certaine souplesse.

Séance n°2 en co-enseignement :

La deuxième séance est prévue en demi-groupe trois semaines plus tard. Pour cela j'ai pris des heures d'AP de math pour travailler en co-enseignement. Il faudra déplacer deux heures de cours du collègue de musique pour le libérer, en négociant chez la principale adjointe des changements d'emploi du temps.

La séance se passe en salle de musique avec quatre groupes de 3 élèves.

Malheureusement à cause de l'alerte cyclonique, plusieurs élèves sont absents.



Les monocordes sont distribués ainsi que les médiators et les silets, un kit par groupe. Les médiators sont accordés sur le do. Les cordes mesurent 120cm.

Les élèves découvrent l'instrument à deux cordes et cherchent l'octave qui se trouve à la moitié de la corde (60cm). On évoque la difficulté à trouver la note par tâtonnement. Les plus rapides trouvent l'octave de l'octave au quart de la corde (30cm).

Résultat n°1: do (1) **do aigu (1/2)** do suraigu (1/4)

Pour trouver la note suivante, la quinte du do (le sol), les élèves tâtonnent encore. Plus ou moins facilement, les élèves cherchent l'intervalle de Starwars en pinçant la corde à 80cm pour obtenir le sol. A 40 cm, ils obtiennent le sol aigu.

Le collègue de musique établit avec les élèves que $80/120$ c'est la même chose que $2/3$. Il le montre avec un schéma alors que les élèves savent déjà simplifier une fraction par le calcul.

On institue que pour obtenir la quinte d'une note il faut pincer aux deux tiers de la longueur de la corde de cette note.

Résultat n°2: do (1) **sol (2/3)** do aigu (1/2) do suraigu (1/4)

Du coup pour trouver la note suivante, la quinte du sol c'est à dire le ré aigu, certains pensent à calculer directement les $2/3$ de 80. Ils prennent alors la calculatrice ou posent le calcul et obtiennent environ 53cm. Pendant ce temps, d'autres cherchent sur le monocorde ; le tâtonnement s'avère difficile.

Résultat n°3 : do (1) sol (2/3) do aigu (1/2) **ré aigu (4/9)** do suraigu (1/4)

Une petite synthèse est faite par le professeur de musique qui établit avec les élèves que la quinte de la quinte correspond aux $\frac{2}{3}$ des $\frac{2}{3}$ de la longueur de la corde, c'est à dire $\frac{4}{9}$.
Cela revient à pincer la corde aux $\frac{4}{9}$ de 120 c'est à dire environ 53cm.
On obtient cependant le ré aigu. Si l'on veut l'octave au dessous, il faudra prendre le double de la longueur à savoir $\frac{8}{9}$ de 120.

Résultat n°4: do (1) **ré (8/9)** sol (2/3) do aigu (1/2) ré aigu (4/9) do suraigu (1/4)

L'enseignant de musique poursuit en généralisant pour le travail de la séance suivante: « Pythagore part du principe que la quinte de la quinte forme un intervalle consonant avec la note de départ (Star Wars), il crée ainsi un accord fait par l'enchaînement de quintes justes : d'où le nom de « **cycle des quintes** ».

Séance n°3 en co-enseignement :

Les élèves reprennent leurs travaux de recherche menant en parallèle les calculs et l'expérience sur les monocordes. Les notes émises par le monocorde peuvent être comparées à celle du piano pour vérifier la justesse des résultats théoriques.

Chaque groupe avance à son rythme, voici les résultats trouvés ou à trouver.

Résultat n°5: do (1) ré (8/9) sol (2/3) **la (16/27)** do aigu (1/2) ré aigu (4/9) do suraigu (1/4)

Résultat n°6: do (1) ré (8/9) sol (2/3) la (16/27) do aigu (1/2) ré aigu (4/9) **mi aigu (32/27)** do suraigu (1/4)

Résultat n°7: do (1) ré (8/9) **mi (64/81)** sol (2/3) **la (16/27)** do aigu (1/2) ré aigu (4/9) mi aigu (32/81) do suraigu (1/4)

Résultat n°8: do (1) ré (8/9) mi (64/81) sol (2/3) la (16/27) **si (128/243)** do aigu (1/2) ré aigu (4/9) mi aigu (32/81) do suraigu (1/4)

Résultat n°9: do (1) ré (8/9) mi (64/81) sol (2/3) la (16/27) si (128/243) do aigu (1/2) ré aigu (4/9) mi aigu (32/81) **fa aigu (256/729)** do suraigu (1/4)

Résultat n°10: do (1) ré (8/9) mi (64/81) **fa (512/729)** sol (2/3) la (16/27) si (128/243) do aigu (1/2) ré aigu (4/9) mi aigu (32/81) fa aigu (256/729) do suraigu (1/4)

Si l'on ne conserve que les 7 premières notes contenues dans un seul octave, on obtient :
do (1) ré (8/9) mi (64/81) fa (512/729) sol (2/3) la (16/27) si (128/243) do aigu (1/2)

L'enseignant de mathématique fait remarquer que si l'on observe la quarte obtenue à partir de sol, on tombe sur le do aigu. On passe par une multiplication du rapport $\frac{2}{3}$ (sol) à $\frac{1}{2}$ (do aigu)

$$\frac{2}{3} \times ? = \frac{1}{2}$$

Le rapport de la quarte correspond donc au nombre de l'égalité à trouver.

Les élèves cherchent ce rapport par tâtonnement et la classe conclue que le rapport de la quarte est $\frac{3}{4}$.

A partir du do (1) la quarte tombe sur fa et le rapport de cette note est $\frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$,

or la classe a trouvé pour la note fa, grâce au calcul du cycle des quintes, le rapport $\frac{512}{729}$

En comparant ces deux rapports, on s'aperçoit qu'il y a une légère différence $\frac{3}{4} = 0,75$ et $\frac{512}{729} \neq 0,70$

**On peut donc affirmer que le cycle des quintes comportant sept notes comporte six quintes justes et une quinte fausse.
On gardera le rapport $\frac{3}{4}$ pour la note fa**

Dernière séance :

La synthèse du dernier cours avait permis d'établir de façon théorique tous les rapports de la gamme. Le calcul est ensuite fait sur les longueurs de façon à jouer sur le monocorde la gamme de Pythagore de la façon la plus précise.