L'histoire des mathématiques dans les nouveaux programmes

Guillaume Moussard

Lycée du Grand Nouméa

Août 2019

Les programmes

Les modalités de l'introduction d'une perspective historique :

- Éclairer par un contexte historique

Les modalités de l'introduction d'une perspective historique :

- Éclairer par un contexte historique
- Source féconde de problèmes

Les programmes

Les modalités de l'introduction d'une perspective historique :

- Éclairer par un contexte historique
- Source féconde de problèmes
- Clarifier le sens de certaines notions

Les modalités de l'introduction d'une perspective historique :

- Éclairer par un contexte historique
- Source féconde de problèmes
- Clarifier le sens de certaines notions

La lecture de textes originaux :

- Où les trouver ?

Les programmes

Les modalités de l'introduction d'une perspective historique :

- Éclairer par un contexte historique
- Source féconde de problèmes
- Clarifier le sens de certaines notions

La lecture de textes originaux :

- Où les trouver ?
- Comment les interpréter ?

Les programmes

Les modalités de l'introduction d'une perspective historique :

- Éclairer par un contexte historique
- Source féconde de problèmes
- Clarifier le sens de certaines notions

La lecture de textes originaux :

- Où les trouver ?
- Comment les interpréter ?
- Que faire avec les élèves ?

1er exemple : le « nombre » pi

Programme de spécialité mathématiques de 1ère :

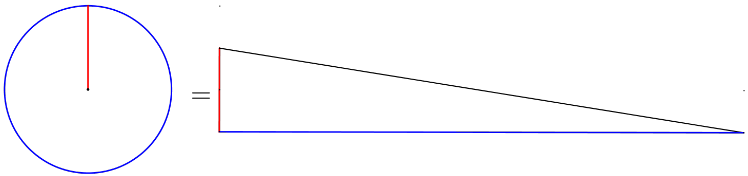
« Approximation de nombres réels (encadrement de π par Archimède, calcul de la racine carrée chez Héron d'Alexandrie) »

Programme de spécialité mathématiques de 1ère :

« Approximation de nombres réels (encadrement de π par Archimède, calcul de la racine carrée chez Héron d'Alexandrie) »

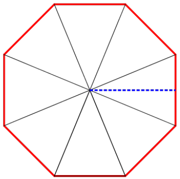
Archimède, *De la mesure du cercle*, IIIe s.

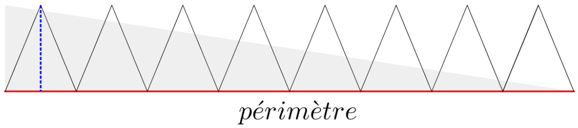
Proposition I



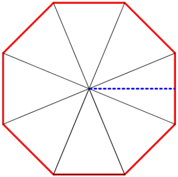
La démonstration d'Archimède

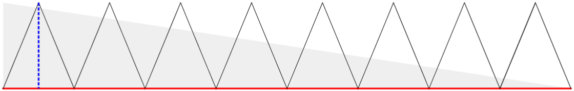
Rappel :



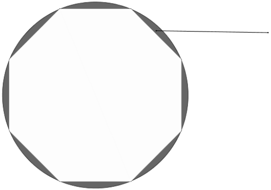


Rappel :





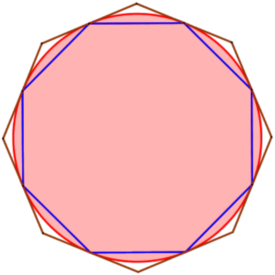
Démonstration : si Disque > Triangle,



alors Polygone = Disque - différence > Triangle : c'est absurde

Proposition III

« La circonférence d'un cercle quelconque est égale au triple du diamètre réuni à une certaine portion du diamètre, qui est plus petite que le septième de ce diamètre, et plus grande que les 10/71e de ce même diamètre ».



$$3 \text{ diam.} + \frac{1}{7} \text{ diam.} < \text{Circonférence} < 3 \text{ diam.} + \frac{10}{71} \text{ diam.}$$

Qu'avons-nous gagné à lire Archimède ?

- Éclairer par un contexte historique
  - le personnage d'Archimède
  - la démonstration par exhaustion

Qu'avons-nous gagné à lire Archimède ?

- Éclairer par un contexte historique
  - le personnage d'Archimède
  - la démonstration par exhaustion
- Source féconde de problèmes
  - le problème posé ici par Archimède
  - la relation entre aire et périmètre d'un polygone régulier

Qu'avons-nous gagné à lire Archimède ?

- Éclairer par un contexte historique
  - le personnage d'Archimède
  - la démonstration par exhaustion
- Source féconde de problèmes
  - le problème posé ici par Archimède
  - la relation entre aire et périmètre d'un polygone régulier
- Clarifier le sens de certaines notions
  - sens géométrique des notions d'aire et de périmètre
  - sens géométrique de la notion de rapport

Que lit-on sur Internet ?

C'est Archimède, mathématicien grec, qui a trouvé une méthode pour calculer ***les décimales de*** π*. En calculant le rapport entre le périmètre d'un cercle et son diamètre (le périmètre étant mesuré* ***à l'aide d'une ficelle****). Il s'aperçut qu'on trouvait toujours* ***le même nombre à quelques décimales près****. Archimède prit donc le cas du cercle* ***de diamètre 1*** *(dans ce cas,* ***le périmètre est égal à*** π*) ; il a « encadré » le cercle par deux polygones à 96 côtés, et il a calculé le périmètre de ces deux polygones. Ainsi, vers 250 avant J.C., il montre que* π *est compris entre* $\frac{223}{71}$ *et* $\frac{22}{7}$.

Source : `histoiredechiffres.free.fr`

2e exemple : le problème des partis

Luca Pacioli, *Summa de Arithmetica*, 1494.

> *Une brigade joue à la paume : il faut 60 pour gagner, chaque coup vaut 10. L'enjeu est de 10 ducats. Un incident survient qui force les soldats à interrompre la partie commencée, alors que le premier camp a gagné 50 et le second 20. On demande quelle est la part qui revient à chaque camp.*

2e exemple : le problème des partis

Luca Pacioli, *Summa de Arithmetica*, 1494.

> *Une brigade joue à la paume : il faut 60 pour gagner, chaque coup vaut 10. L'enjeu est de 10 ducats. Un incident survient qui force les soldats à interrompre la partie commencée, alors que le premier camp a gagné 50 et le second 20. On demande quelle est la part qui revient à chaque camp.*

Pacioli propose un partage proportionnel au nombre de coups gagnés :

7 ducats 1/7 contre 2 ducats 6/7

La critique de Tartaglia (1500–1557)

Tartaglia, *General trattato di numere e misure*, 1556 :

> *Sa règle ne me paraît ni bonne, ni belle, parce que s'il arrive qu'un parti ait 10 [points], et l'autre rien, et qu'on procède selon sa règle, le premier devrait tirer le tout [toute la mise] et le second rien, ce serait tout à fait déraisonnable que, pour 10 [points], il doive tirer le tout.*

L'échange entre Pascal et Fermat (1654)

PREMIÈRE LETTRE

DE PASCAL A FERMAT (*).

MONSIEUR,

L'impatience me prend aussi-bien qu'à vous; et quoique je sois encore au lit, je ne puis m'empêcher de vous dire que je reçus hier au soir, de la part de M. de Carcavi, votre lettre sur les partis, que j'admire si fort, que je ne puis vous le dire.

La solution de Pascal

1er exemple :

Posons que deux joueurs jouent en 3 parties, qu'ils ont misé chacun 32 pistoles, et que le premier ait déjà gagné deux parties et l'autre une.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Si le premier gagne : 64 / 0}\\ \text{Si le deuxième gagne : 32 / 32}\end{array}\right\}\ \text{le partage est alors 48 / 16}$$

« Le premier doit dire : je suis sûr d'avoir 32 pistoles ; car la perte même me les donne ; mais pour les 32 autres, peut-être je les aurai, peut-être vous les aurez ; le hasard est égal ».

2ème exemple :

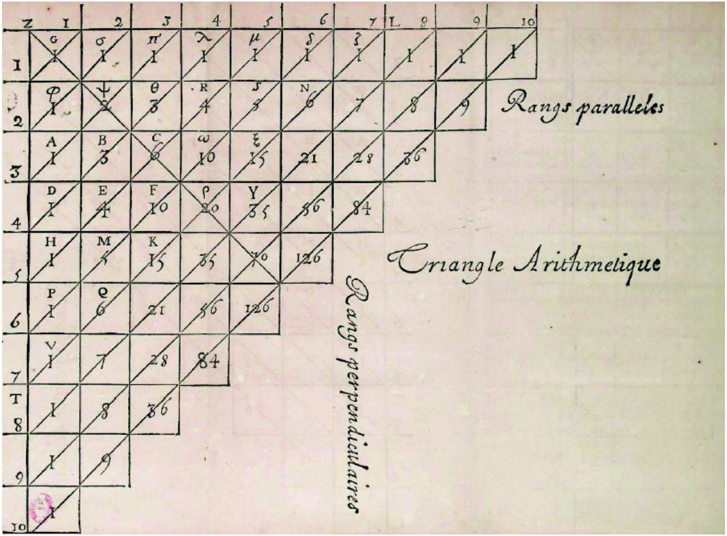
Posons que le premier ait deux parties, l'autre point.

Si le premier gagne : 64 / 0

Si le deuxième gagne : 48 / 16

Le triangle arithmétique de Pascal

Traité du triangle arithmétique, 1665 :



La solution de Fermat (exposée par Pascal)

Voici comment vous procédez, quand il y a deux joueurs. Si deux joueurs jouant en plusieurs parties, se trouvent en cet état qu'il manque deux parties au premier et trois au second…

… Et parce qu'il manque deux parties au premier joueur, toutes les faces qui ont deux A le font gagner; donc il en a 11 pour lui: et parce qu'il manque trois parties au second, toutes les faces où il y a trois B peuvent le faire gagner; donc il y en a 5; donc il faut qu'ils partagent la somme, comme 11 à 5.

Voilà votre méthode quand il y a deux joueurs.

a	a	a	a	1
a	a	a	b	1
a	a	b	a	1
a	a	b	b	1
a	b	a	a	1
a	b	a	b	1
a	b	b	a	1
a	b	b	b	2
b	a	a	a	1
b	a	a	b	1
b	a	b	a	1
b	a	b	b	2
b	b	a	a	1
b	b	a	b	2
b	b	b	a	2
b	b	b	b	2

- Éclairer par un contexte historique
  - un problème et une succession de solutions différentes, certaines insatisfaisantes
  - les mathématiciens du XVIIe siècle s'écrivaient des lettres

Qu'avons-nous gagné à lire les textes originaux ?

- Éclairer par un contexte historique
  - un problème et une succession de solutions différentes, certaines insatisfaisantes
  - les mathématiciens du XVIIᵉ siècle s'écrivaient des lettres
- Source féconde de problèmes
  - poser le problème des partis aux élèves
  - les traités de Huygens, Moivre, Bernoulli contiennent de nombreux énoncés de problèmes

Qu'avons-nous gagné à lire les textes originaux ?

- Éclairer par un contexte historique
  - un problème et une succession de solutions différentes, certaines insatisfaisantes
  - les mathématiciens du XVIIe siècle s'écrivaient des lettres
- Source féconde de problèmes
  - poser le problème des partis aux élèves
  - les traités de Huygens, Moivre, Bernoulli contiennent de nombreux énoncés de problèmes
- Clarifier le sens de certaines notions
  - les solutions que nous avons vues n'utilisent pas le concept de probabilité mais de « hasard égal »
  - Huygens procède à un calcul de « la valeur de la chance »

Programme de spécialité maths de 1ère :

« On peut considérer que les origines du « calcul des probabilités » remontent au XVIIIe siècle. Pascal, Huygens, Moivre, Bernoulli, Euler, d'Alembert appliquent **les notions de variable aléatoire et d'espérance** à des problèmes issus de questions liées aux jeux, aux assurances et à l'astronomie ».