

## Étude d'une configuration plane

### Énoncé

Dans le plan orienté, on considère deux points distincts  $O$  et  $P$  et la droite  $d$  passant par  $P$  et perpendiculaire à la droite  $(OP)$ . Soit  $M$  un point variable appartenant à la droite  $d$ . On définit le point  $Q$ , quatrième sommet du rectangle  $OPMQ$ , puis les points  $R$  et  $S$  tels que les triangles  $MPR$  et  $MSQ$  soient équilatéraux, de sens direct.

#### Partie A

1. (a) En utilisant un logiciel de géométrie dynamique, représenter la situation proposée.
- (b) Lorsque le point  $M$  varie sur la droite  $d$ , quelle conjecture peut-on émettre à propos de la nature du triangle  $ORS$ ?

Appeler le professeur et lui montrer la figure. Lui indiquer la propriété conjecturée et proposer une procédure de contrôle de cette conjecture.

- (c) Sur la figure, construire le point  $G$  centre de gravité du triangle  $ORS$ .  
Lorsque  $M$  se déplace sur la droite  $d$ , quelle semble être la nature de la courbe sur laquelle le point  $G$  se déplace?

Appeler le professeur pour faire vérifier la construction.  
Formuler oralement la conjecture et expliquer comment elle a pu être émise.

#### Partie B

2. Démontrer la nature du triangle  $ORS$ .
- 

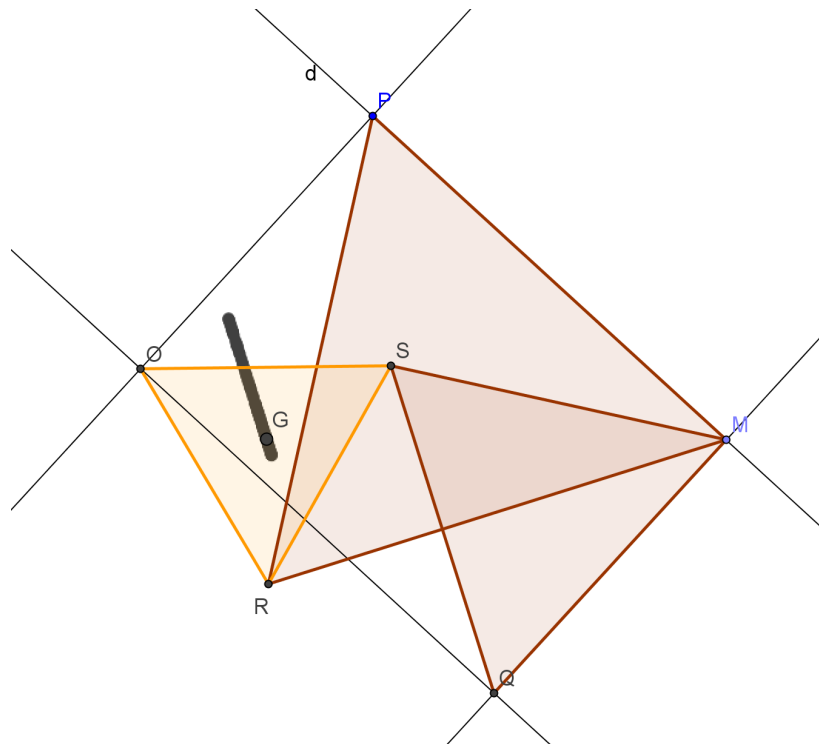
### Production demandée

- Visualiser à l'écran la figure réalisée avec un logiciel de géométrie dynamique.
- Conjecturer la nature du lieu du point  $G$ .
- Démontrer la nature du triangle  $ORS$ .

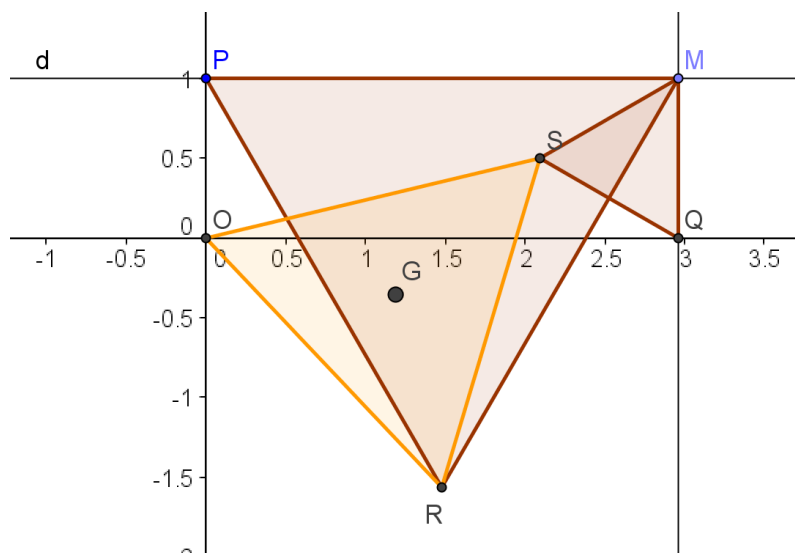
# Quelques commentaires personnels sur la fiche 032 2009

## « Etude... »

Logiciel utilisé : Géogébra



L'étude géométrique est intéressante analytiquement en choisissant un bon repère ; avec la rotation (composée de celle qui transforme R en M, puis M en S) ; ...  
On peut aussi travailler avec les complexes :



$$p = i ; q = x$$

Par rotations

$$r = e^{i\pi/3}(p-m) + m ; s = e^{-i\pi/3}(q-m) + m$$

$$OS^2 = OR^2 = RS^2 = x^2 - x\sqrt{3} + 1$$

Et comme  $\text{Re}(g) = x/2 - \sqrt{3}/6,$

$$\text{Im}(g) = -\sqrt{3}/6x + 1/2$$

en éliminant  $x$

une équation de la droite est :

$$Y = -\frac{\sqrt{3}}{3}X + \frac{1}{3}$$

Conclusion : bon sujet.