Brevet de technicien supérieur session 2014
Comptabilité et gestion des organisations
Nouvelle–Calédonie

Durée : 2 heures

Exercice 1 **9 points**

Une entreprise fabrique des composants électroniques. Pour chaque composant sortant de l'usine, on a constaté qu'il pouvait présenter au maximum deux défauts indépendants. Si au moins un des défauts est constaté, le composant est dit hors d'usage. Si le composant ne présente aucun défaut, on dit qu'il est conforme.

Le défaut 1 : la puce électronique est mal placée, cela concerne 2 % des composants.

Le défaut 2 : le composant est surdimensionné, cela concerne 5 % des composants.

Partie A

On prélève au hasard un composant produit par cette entreprise. Tous les composants ont la même probabilité d'être prélevés. On considère les deux évènements suivants :

A : « le composant prélevé présente le défaut 1 » ;

B : « le composant prélevé présente le défaut 2 ».

1. Quelle est la probabilité que le composant prélevé présente les deux défauts ?
2. Quelle est la probabilité que le composant prélevé soit hors d'usage ?
3. Quelle est la probabilité que le composant prélevé soit conforme ?

Partie B

On prélève 100 composants au hasard. On suppose que la production est suffisamment importante pour assimiler ce choix de 100 composants à un tirage avec remise de 100 composants.
On admet que la probabilité qu'un composant soit conforme est $0,93$.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 composants, associe le nombre de composants conformes.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Déterminer l'espérance mathématique et l'écart-type de la variable aléatoire X. On arrondira les résultats si nécessaire à 10^{-1}.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement F : « tous les composants prélevés sont conformes »est très proche de 0.
4. Calculer la probabilité de l'évènement F : « au moins deux composants prélevés sont hors d'usage ». Arrondir le résultat à 10^{-2}.

Partie C

On décide d'approcher la variable aléatoire X par une variable aléatoire Z qui suit la loi normale de moyenne $m = 93$ et d'écart type $\sigma = 2,55$.

1. Calculer la probabilité $P(89 \leqslant Z \leqslant 95)$. On arrondira le résultat à 10^{-4}.

2. Calculer $P(Z \geqslant 89)$. On arrondira le résultat à 10^{-4}.

3. Déterminer le plus grand nombre entier n tel que $P(Z \geqslant n) \geqslant 0,95$.

Exercice 2 **11 points**

Une marque a mis sur le marché une nouvelle machine destinée aux entreprises.

On a relevé pendant six trimestres consécutifs, en fin du trimestre, la quantité de machines vendues au total depuis la première mise sur le marché.

Le tableau suivant indique cette quantité, notée y, en fonction du rang t du trimestre.

t	1	2	3	4	5	6
y	256	330	423	544	698	896

On sait donc par exemple qu'en fin de première année, c'est-à-dire lorsque $t = 4$, cette marque a vendu 544 machines.

Partie A

1. Représenter le nuage des six points de coordonnées $(t\ ;\ y)$ de ce tableau sur une feuille de papier millimétré.

Pour cela, construire un repère orthogonal du plan en prenant pour unités graphiques :

— 1 cm pour un trimestre sur l'axe des abscisses, gradué de 0 à 100 ;

— 1 cm pour 100 machines en ordonnées.

2. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite de régression de y en t ainsi que le coefficient de corrélation linéaire de cette série statistique. Arrondir les valeurs au millième.

3. Tracer cette droite sur le graphique précédent.

4. Calculer les coordonnées du point moyen G. Placer ce point sur le graphique précédent.

5. À l'aide de cette régression, donner une estimation du nombre de machines vendues 2 ans après le lancement.

Partie B

Dans cette partie on modélise les quantités de machines vendues depuis le lancement par une suite géométrique (u_n) de raison q où n est le rang du trimestre mesuré à partir de la mise sur le marché de la machine.

On pose $u_1 = 256$ et $u_3 = 423$.

1. Exprimer u_3 en fonction de q.

2. En déduire la valeur de q^2 puis calculer une valeur approchée de q à 0,01 près.

3. On admet que $u_n = 256 \times 1,28^{n-1}$ pour tout entier naturel $n \geqslant 1$.

À l'aide de ce modèle :

a. Donner une estimation du nombre de machines vendues 2 ans après le lancement.

b. Déterminer le rang du trimestre à partir duquel la quantité de machines vendues dépassera 2 000.

Partie C

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1~;~10]$ par

$$f(x) = 200\text{e}^{0,25x}.$$

1. On modélise la quantité totale de machines vendues depuis le lancement jusqu'au trimestre de rang n par $f(n)$. Justifier ce choix.

2. **a.** On admet que la fonction f est dérivable et on désigne par f' sa dérivée. Calculer $f'(x)$ et donner le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1~;~10]$.

b. Le nombre total de machines qui pourront être vendues ne dépassera jamais 5 000. Au delà de quelle année le modèle décrit dans la question précédente ne pourra certainement plus convenir ?

c. Soit I l'intégrale $\displaystyle\int_1^{10} f(x)\,\text{d}x$.
Montrer que $I = 800\left(\text{e}^{2,5} - \text{e}^{0,25}\right)$.

d. En déduire la valeur moyenne V_m de la fonction f sur l'intervalle $[1~;~10]$.
Donner une valeur arrondie à l'unité.