

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2018

MATHÉMATIQUES – Série ES

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures.** – COEFFICIENT : **7**

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

Exercice 1 (4 points)
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

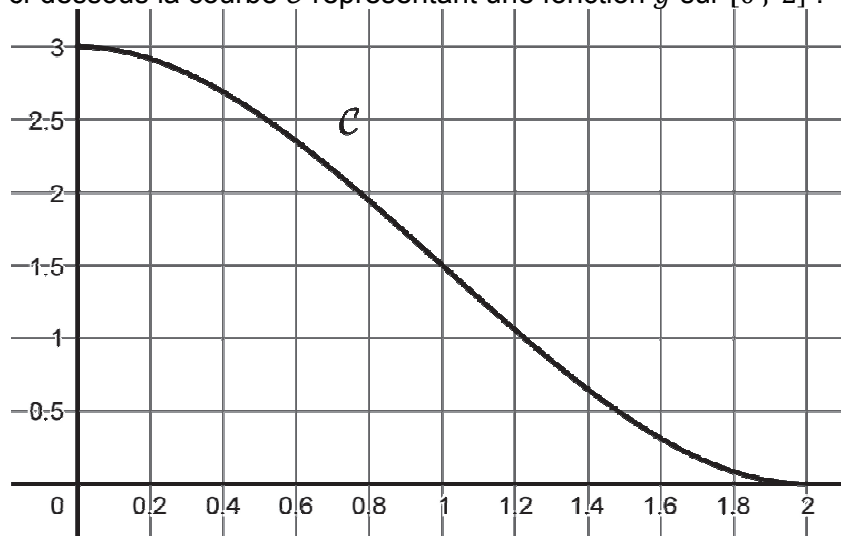
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Aucune justification n'est demandée.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la lettre de la réponse choisie.

1. Soit f la fonction définie et dérivable sur $]0 ; 5]$ par $f(x) = x \ln(x) + 1$. Pour tout $x \in]0 ; 5]$,

- a) $f'(x) = \frac{1}{x}$
- b) $f'(x) = \frac{1}{x} + 1$
- c) $f'(x) = \ln(x) + 2$
- d) $f'(x) = \ln(x) + 1$

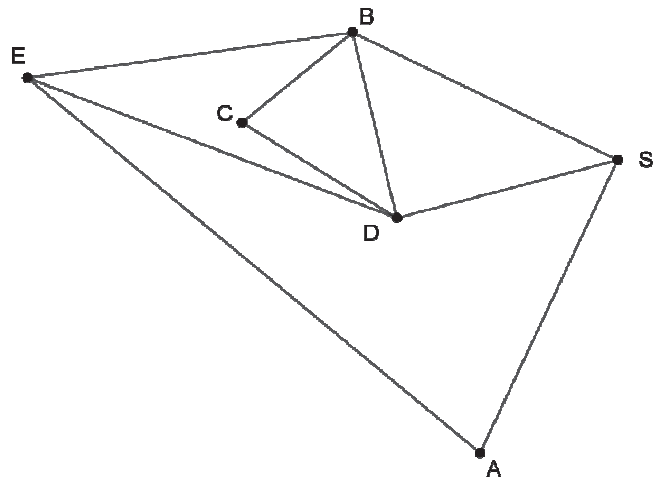
2. On donne ci-dessous la courbe C représentant une fonction g sur $[0 ; 2]$.



- a) g est concave sur l'intervalle $[0 ; 2]$.
 - b) $g''(x) \geq 0$ pour tout $x \in [0 ; 2]$.
 - c) La courbe C admet un point d'inflexion sur $[0 ; 2]$.
 - d) $g'(1) > 0$.
3. Soit $I = \int_0^{\ln(2)} 3e^x dx$. On a :
- a) $I = 3$
 - b) $I = 6$
 - c) $I = -3$
 - d) $I = 3 \ln(2)$
4. Pour tout événement E , on note $P(E)$ sa probabilité. Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètre $n = 10$ et $p = 0,3$.
- a) $P(X = 3) = 120 \times 0,3^2 \times 0,7^8$
 - b) $P(X = 3) = 12 \times 0,3^3 \times 0,7^7$
 - c) $P(X \geq 1) \approx 0,972$
 - d) L'espérance de X est 5,15.

Exercice 2 (5 points)
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Naïma fait partie d'une école de musique. En vue du spectacle de fin d'année, elle souhaite déposer à vélo des affiches publicitaires sur les panneaux de sa ville. Les pistes cyclables reliant ces panneaux sont représentées sur le graphe \mathcal{G} ci-contre.

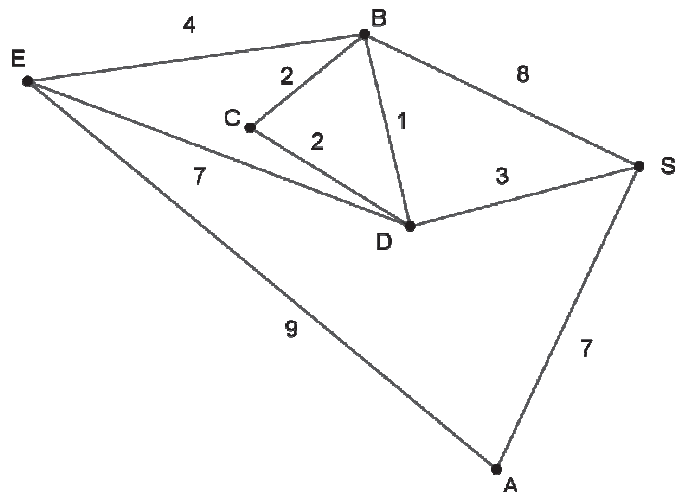


Le sommet E désigne son école de musique, le sommet S la salle de spectacle et les sommets A, B, C, et D les panneaux d'affichage.

1. Déterminer, en justifiant la réponse, si le graphe \mathcal{G} est :
 - a) complet ;
 - b) connexe.
2. Naïma pourra-t-elle déposer ses affiches sur tous les panneaux en allant de son école de musique à la salle de spectacle et en empruntant une et une seule fois chaque piste cyclable ? Justifier la réponse. Si un tel trajet existe, en citer un.
3. Donner la matrice d'adjacence M liée à ce graphe dans laquelle **les sommets seront classés dans l'ordre suivant : E, A, B, C, D, S.**

4. On donne la matrice incomplète $M^2 : M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & \dots & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 3 & 1 \\ \dots & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

- a) Déterminer les coefficients manquants de la matrice M^2 , en détaillant les calculs.
 - b) Combien existe-t-il de chemins permettant de se rendre de l'école de musique à la salle de spectacle en empruntant exactement deux pistes cyclables ?
5. Lorsqu'elle a déposé ses affiches, Naïma a relevé le temps de trajet entre chaque panneau d'affichage. Le graphe ci-dessous indique ces durées, exprimées en minutes.



Indiquer, à l'aide d'un algorithme, le chemin permettant à Naïma de se rendre le plus rapidement possible de son école de musique à la salle de spectacle le soir de la représentation.

Donner la durée de ce parcours.

Exercice 3 (6 points)
Commun à tous les candidats

Dans une entreprise, 60 % des salariés viennent au travail en transports en commun et parmi eux, seulement 7,5 % ont un trajet d'une durée inférieure à 30 minutes. Parmi les employés qui n'utilisent pas les transports en commun, 28,5 % ont un trajet d'une durée inférieure à 30 minutes.

Pour tout événement E , on note \bar{E} l'événement contraire de E et $P(E)$ sa probabilité. Pour tout événement F de probabilité non nulle, on note $P_F(E)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.

On interroge au hasard un employé de l'entreprise et on considère les événements suivants :

- C : « l'employé utilise les transports en commun » ;
- R : « le trajet de l'employé a une durée inférieure à 30 minutes ».

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

1. Construire l'arbre pondéré représentant la situation et le compléter.
2. a) Calculer $P(C \cap R)$ et interpréter le résultat obtenu.
b) Montrer que $P(R) = 0,159$.
3. On interroge un employé choisi au hasard dont la durée du trajet est inférieure à 30 minutes. Calculer la probabilité qu'il utilise les transports en commun.

Partie B

Une étude a montré que la durée du trajet en minutes d'un employé peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 40$ et d'écart type $\sigma = 10$.

1. Déterminer $P(X \leq 30)$. Indiquer si ce résultat est cohérent avec la partie A, en justifiant la réponse.
2. Déterminer $P(20 \leq X \leq 60)$ et en déduire $P(X > 60)$.

3. Dans cette question, on se propose de déterminer le plus petit entier a tel que $P(X \geq a) \simeq 0,008$.

- a) On admet que lorsque la valeur de a augmente, la valeur de $P(X \geq a)$ diminue. On considère l'algorithme ci-dessous, où X est une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 40$ et d'écart type $\sigma = 10$. Recopier et compléter l'algorithme afin qu'il permette de répondre à la question.

```
a ← 60
Y ← 0,023
Tant que Y > 0,008
  a ← ...
  Y ← P(X ≥ a)
Fin Tant que
```

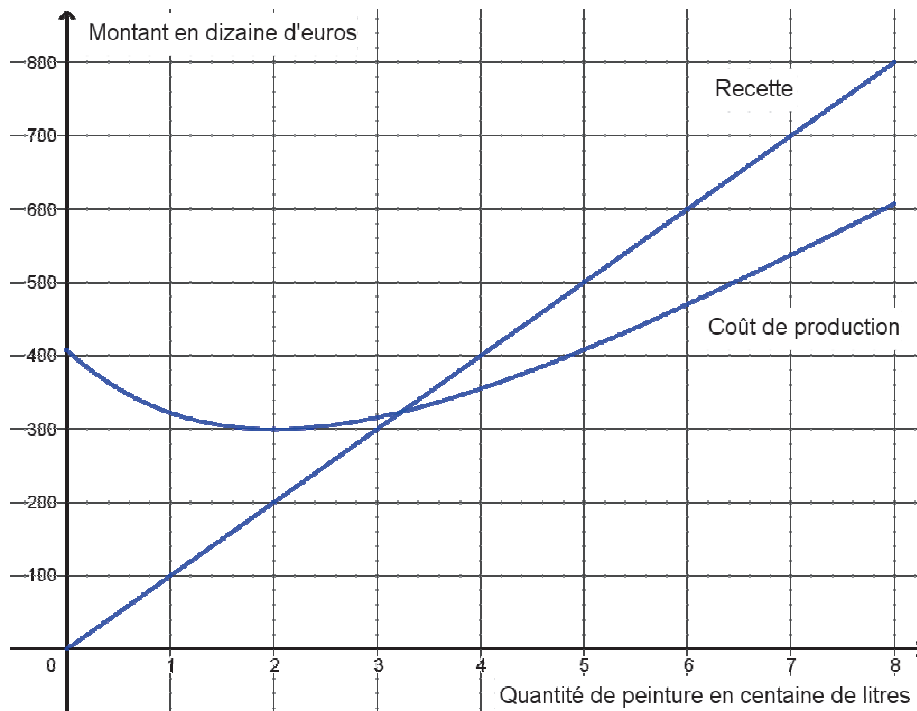
- b) On exécute cet algorithme. Recopier et compléter le tableau suivant, en utilisant autant de colonnes que nécessaire.

a	60	61	62			
Y	0,023	0,018	0,014			

4. Donner la valeur de a obtenue après exécution de l'algorithme. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Exercice 4 (5 points)
Commun à tous les candidats

L'entreprise ECOLOR est spécialisée dans la production et la vente de peinture éco-responsable. La production quotidienne varie entre 0 et 800 litres. Toute la production est vendue. Les montants de la recette et du coût sont exprimés en dizaine d'euros.



Partie A : lecture graphique

À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes.

- Déterminer le coût de production de 200 litres de peinture.
- Quelle est la production de peinture pour avoir une recette de 5 000 euros ?
- À partir de combien de litres de peinture vendus l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
- L'entreprise peut-elle réaliser un bénéfice de plus de 3 000 euros pour une production quotidienne variant entre 0 et 800 litres ? Justifier.

Partie B : étude du bénéfice

Le bénéfice en dizaine d'euros correspondant à la vente de x centaines de litres de peinture est donné par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 8]$ par :

$$f(x) = 25x - 150e^{-0,5x+1}$$

- Donner les valeurs exactes de $f(0)$ et de $f(8)$, puis en donner les valeurs arrondies au centième.
- Montrer que la dérivée f' de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 8]$ est :

$$f'(x) = 25 + 75e^{-0,5x+1}.$$
- Déterminer le signe de f' et en déduire les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 8]$.
- a) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0 ; 8]$ puis en donner la valeur arrondie au centième.
 b) En déduire la quantité de peinture produite et vendue à partir de laquelle l'entreprise ECOLOR réalisera un bénéfice. Donner le résultat au litre près.