

Aire d'un rectangle inscrit dans un triangle

Enoncé

Soit un triangle ABC rectangle isocèle en A tel que $AB = AC = 6$.

M est un point mobile du segment $[AB]$ tel que $AM = x$ avec $x \in [0;6]$

M varie sur le segment $[AB]$; on construit le rectangle $AMNP$ tel que $N \in [BC]$ et $P \in [AC]$.

On veut étudier les variations de l'aire du rectangle $AMNP$ lorsque M se déplace sur $[AB]$

Pour cela, on introduit une fonction f associant à x l'aire du rectangle.

1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie:

- (a) A l'aide d'un logiciel de géométrie, construire le triangle ABC , puis les points M, N et P . Tracer le rectangle $AMNP$ et faire afficher $x = AM$ puis l'aire du rectangle $AMNP$.

Appeler le professeur pour vérification.

- (b) Faire afficher la courbe représentative de la fonction f . Faire varier x .

Appeler le professeur pour vérification.

- (c) Quel semble être le maximum de la fonction f ?
Pour quelles valeur de x a-t-on $f(x) = 8$?

Appeler le professeur pour valider vos conjectures.

2. Démonstration:

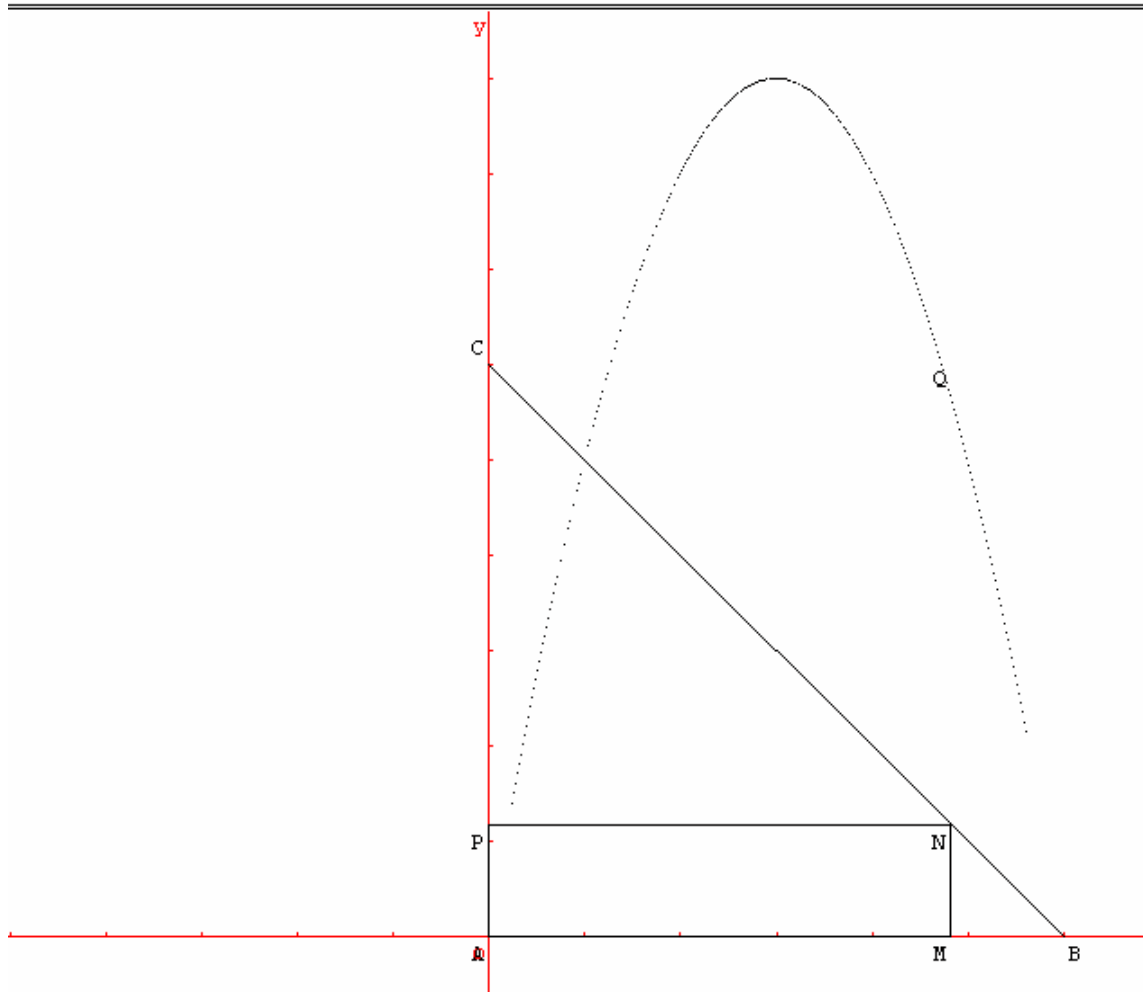
- 1) Calculer la longueur MN en fonction de x .
- 2) On appelle f la fonction qui à x associe l'aire de $AMNP$
Démontrer que $f(x) = -x^2 + 6x$.
- 3) Vérifier que $f(x) = -(x-3)^2 - 9$
- 4) Démontrer que f admet un maximum que l'on déterminera.
- 5) Résoudre l'équation $x^2 - 6x + 8 = 0$ (on écrira $8 = 9-1$)
- 6) Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles l'aire est égale à 8 ?

Aire d'un rectangle ...- éléments de correction

Géoplan

x:4.82

y:5.67

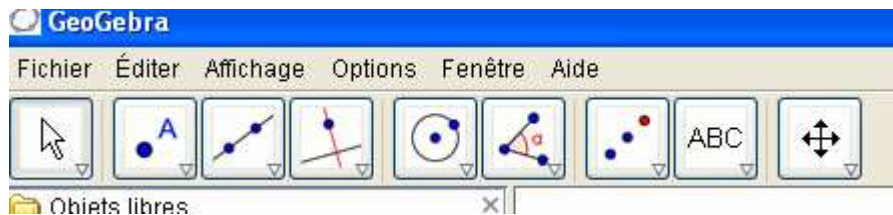


- faire afficher un repère du plan et créer les points repérés $A(0,0)$, $B(6,0)$ et $C(0,6)$
- dessiner le segment $[BC]$ et y placer un point N
- créer les points M et P , images de N par projection orthogonale sur les droites Ox et Oy ; tracer R la ligne polygonale $MNPA$
- avec « créer-numérique-calcul algébrique » on nomme x la longueur AM et $y = AM \times AP$
- « créer-affichage » pour x et y ; déplacer le point N et observer ces deux valeurs.

- créer le point Q repéré (x,y)
- sélectionner Trace pour le point Q et se mettre en mode Trace ; faire varier N .

Géogébra que l'on peut télécharger (<http://www.geogebra.org/download/install.htm>)

Les commandes se réalisent en haut de l'écran (tous les menus sont déroulants)



et les saisies en bas



- placer les points $A(0,0)$, $B(6,0)$, $C(0,6)$ (il est possible de renommer les points) et le polygone ABCA
- construire les perpendiculaires aux axes, passant par M ; renommer M et N les intersections de ces perpendiculaires avec les axes
- dans la zone de saisie taper « dis » (aussitôt la phrase se complète et on peut accéder aux différentes syntaxes avec la touche F1)
- observer la création d'une variable « f » lorsque la saisie « distance[A,M] » est complétée
- de même saisir distance[A,M]* distance[A,P] ; déplacer le point N et observer les deux valeurs précédentes « f » et « g »
- saisir « cercle[M,g] » ; nommer Q l'intersection de ce cercle avec la droite (MN)
- masquer le cercle, et les deux perpendiculaires ; activer le mode trace pour le point Q ; déplacer le point M

