2nd

VECTEURS 2

Objectifs : *Utiliser la notation $\lambda\vec{u}$. Coordonnées d'un produit.*
Etablir la colinéarité de 2 vecteurs.
Caractériser l'alignement ou le parallélisme par la colinéarité.

1) Multiplication d'un vecteur par un réel

Définition 1 : Si dans un repère quelconque $\vec{u}\,(x\,;y)$ et k un nombre réel quelconque alors le vecteur $k\vec{u}$ est le vecteur de coordonnées (kx ; ky) dans le même repère.

Définition 2 : Soient $\vec{u}$ un vecteur ; A et B deux points du plan tels que $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$; et k un nombre réel quelconque. Le produit du vecteur $\vec{u}$ par le nombre k est noté $k\vec{u}$ et est tel que :

a) Si k > 0 alors $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ sont des vecteurs de même direction et sens et $k\vec{u}$ a pour longueur kAB.

b) Si k < 0 alors $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ sont des vecteurs de même direction mais de sens contraire et $k\vec{u}$ a pour longueur -kAB.

c) Si k = 0 alors $k\vec{u}=\vec{0}$ Vecteur nul.

Exemple : Caractérisation du milieu d'un segment : I milieu de [AB] $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{BI}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ …..

Propriétés : $k(\vec{u}+\vec{v})=k\vec{u}+k\vec{v}$; $(h+k)\,\vec{u}=h\vec{u}+k\vec{u}$; $h(k\vec{u})=hk\,\vec{u}$ (h, k réels, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ vecteurs)
$k\vec{u}=\vec{0}$ $\Leftrightarrow$ k = 0 ou $\vec{u}=\vec{0}$

Exercice 1 : ABC est un triangle équilatéral. Placer les points D et E tels que : $\overrightarrow{AD}=-2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

Exercice 2 : Soit (O ; I, J) un repère du plan. On considère les points A(2 ; 4), B(-2 ; 2) et C(4 ; -2).

a) Calculer les coordonnées du vecteur $2\overrightarrow{AC}$ puis de $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$

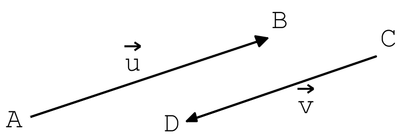
b) Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}$.

c) Déterminer les coordonnées du point D tel que $2\overrightarrow{DA}+3\overrightarrow{DB}=\vec{0}$

Exercice 3 : Soient A et B deux points donnés du plan, construire les points C et M tels que $\overrightarrow{BC}=-2\overrightarrow{AB}$ et $2\overrightarrow{BM}+3\overrightarrow{AM}=\vec{0}$.

2) Vecteurs colinéaires

Définition : 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls, sont **colinéaires** s'ils ont **la même direction.**



Les **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires si et seulement si** les **droites** (AB) et (CD) sont **parallèles** ou confondues.

Propriété : **Si deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont colinéaires alors il existe un réel k non nul tel que $\vec{v}=k\vec{u}$** (et réciproquement).

Remarque : Par convention, on dit que le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur $\vec{u}$.
Exercice 4: Le plan est muni d'un repère (O ; I, J). On considère les points A(-2 ; 3), B(4 ; -1) et C(1 ; 4). Déterminer le réel y tel que le point D(4 ; y) soit tel que ABDC est un trapèze, de bases parallèles [AB] et [CD].
Exercice 5 : a) Les vecteurs $\vec{u}$ (12 ; -16) et $\vec{v}$ (-9 ; 12) sont –ils colinéaires ? Justifier.
b) Les vecteurs $\vec{u}$ (2 ; 6) et $\vec{v}$ (3 ; 4) sont –ils colinéaires ? Justifier.

3) Alignement de points

Théorème : **Trois points A, B et C distincts sont alignés si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires**. (et réciproquement).
Exercice 6: Soient A, B , C trois points distincts non alignés du plan et D et E des points tels que $\overrightarrow{AD}=-2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$, montrer que les points A , E et D sont alignés.