

Objectifs : Enroulement de la droite numérique sur le cercle trigonométrique et définition du sinus et du cosinus d'un nombre réel. Partage du cercle et valeurs des sin et cos remarquables.

Cercle trigonométrique

Définition : Le **cercle trigonométrique** est un cercle dont le rayon vaut 1 unité, parcouru dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (= sens trigonométrique = sens direct).

Rq : le sens des aiguilles d'une montre est aussi appelé sens rétrograde ou sens indirect.

Soit \mathcal{C} un cercle trigonométrique de centre O. I est un point de ce cercle. On prend pour unité de longueur la longueur OI. Soit J un autre point du cercle tel que le repère (O ; I, J) soit un repère orthonormé.

Soit (d) la droite tangente au cercle en I. On note K le point de coordonnées (1 ; 1).

On munit (d) du repère (I ; K). Cette droite représente la droite des nombres réels.

Le cercle trigonométrique a pour rayon 1 donc son périmètre est égal à 2π .

π , dans l'unité de longueur choisie, est la longueur du demi-cercle \mathcal{C} .

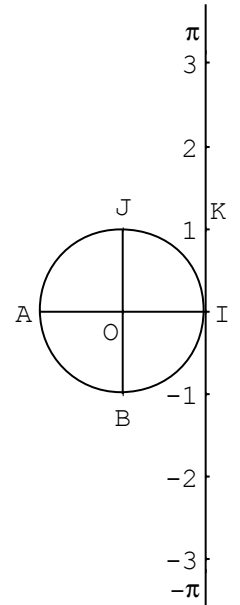
"Enroulons" (d) sur le cercle. Les points de (d) viennent en coïncidence avec les points du cercle.

Exemple : A est le point de (d) vérifiant $\widehat{IA} = \pi$,

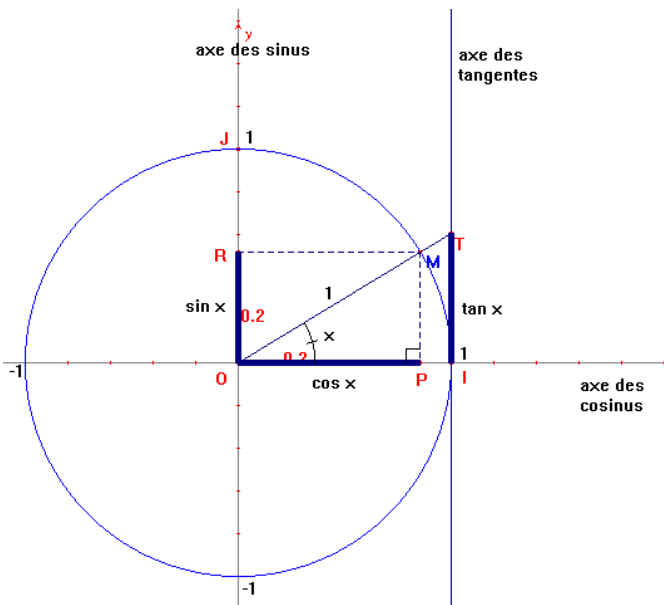
La longueur de \widehat{IJ} est $\frac{\pi}{2}$, $\widehat{IB} = \frac{3\pi}{2}$

Remarque : $\widehat{IOJ} = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$, $\widehat{IOA} = 180^\circ = \pi \text{ rad}$,

Le radian est une autre unité d'angle. (Sur un cercle trigonométrique, un angle au centre de mesure 1 radian intercepte un arc dont la longueur est égale à une unité de mesure. (Le mot *radian* vient du latin *Radius* qui signifie le *rayon*.)



Sinus, Cosinus et Tangente



A n'importe quel nombre réel x , on peut faire correspondre un point sur le cercle trigonométrique tel que $\widehat{IOM} = x \text{ rad}$.

Définition : Soit M un point du cercle trigonométrique tel que $\widehat{IOM} = x \text{ rad}$.

Le **cosinus de x** , noté $\cos x$, est l'abscisse de M.

Le **sinus de x** , noté $\sin x$, est l'ordonnée de M.

La **tangente de x** , noté $\tan x$, est donné par l'abscisse de T sur l'axe (IT) et on a $\tan x \in \mathbb{R}$

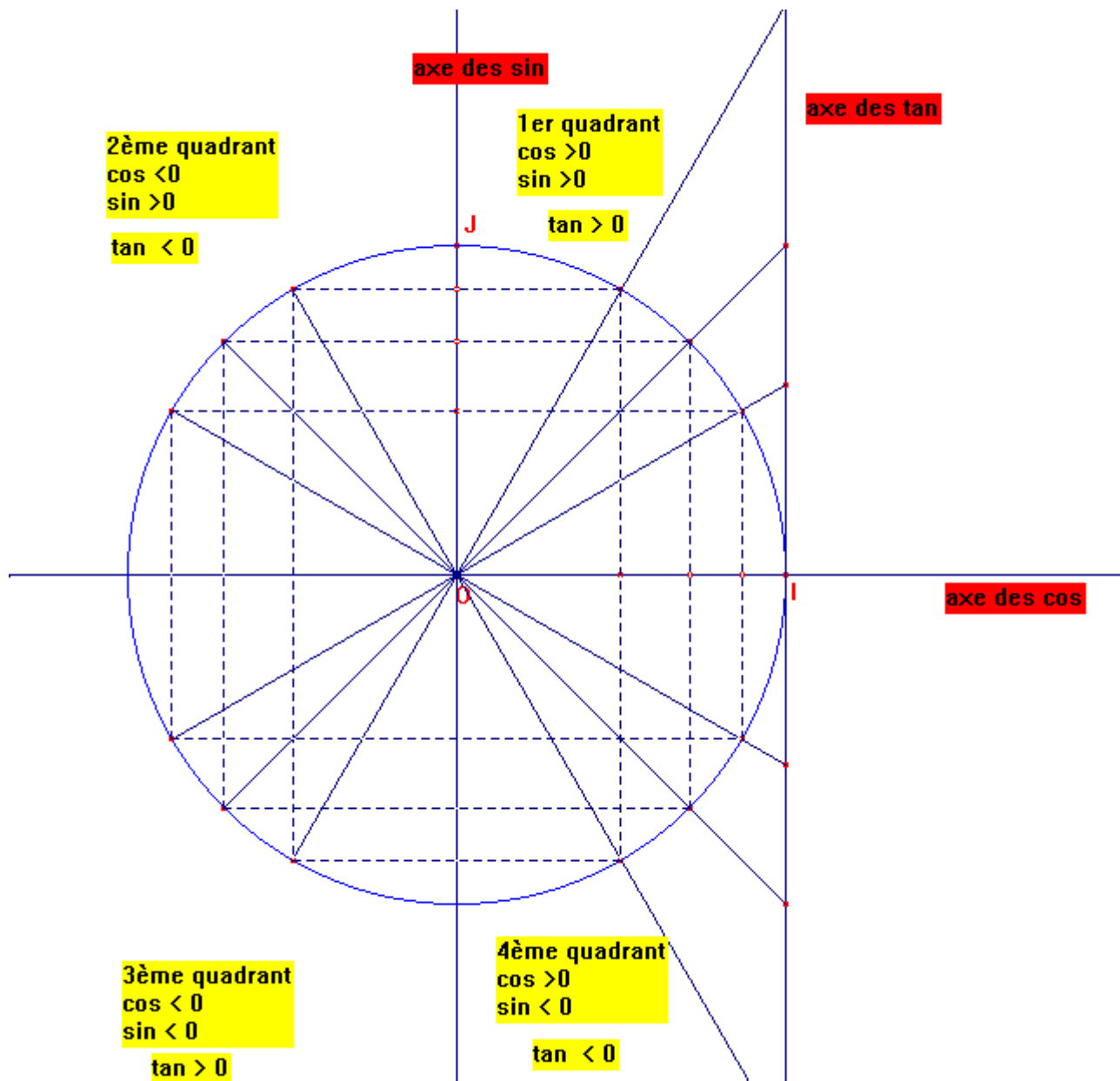
$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ pour tout } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Exemples : $\cos 0 = 1$ et $\sin 0 = 0$; $\cos \pi = -1$

et $\sin \pi = 0$; $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ et $\sin \frac{\pi}{2} = 1$.

Propriétés : Pour tout x réel, $-1 \leq \cos x \leq 1$; $-1 \leq \sin x \leq 1$; $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$;
 $\cos(-x) = \cos x$; $\sin(-x) = -\sin x$; $\cos(x + 2\pi) = \cos x$; $\sin(x + 2\pi) = \sin x$

Valeurs remarquables de la trigonométrie



<i>x en radian</i>	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
<i>x en degré</i>	0	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan x	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	N'existe pas	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0