2nd

Inéquation à une inconnue

Objectifs : *Résolution graphique et algébrique d'inéquations.*
Modéliser un problème par une inéquation.
_ *Résoudre graphiquement des inéquations de la forme : f (x) < k ; f (x) < g(x).*
_ *Résoudre une inéquation à partir de l'étude du signe d'une expression produit ou quotient de facteurs du premier degré.*
_ *Résoudre algébriquement les inéquations nécessaires à la résolution d'un problème.*

1) Tableau d'une expression du type carrée:

Le carré d'un nombre est toujours positif ou nul.
Le carré d'une expression est toujours **positif ou nul.**

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2		$+$	0	$+$	

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$(ax+b)^2$		$+$	0	$+$	

Exercice 1 : Dresser le tableau des signes de l'expression $(-2x+3)^2$

2) Inéquation du premier degré $ax + b < 0$: **Résoudre dans $\mathbb{R}$ une inéquation**, c'est trouver tous les réels x pour lesquels l'inégalité est vérifiée. **L'ensemble des solutions *S*** de cette inéquation donné sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles.

Développer ; passer les termes en x dans un même membre et les autres termes dans l'autre membre pour obtenir de la forme $ax>-b$ ou $ax< -b$ ou $ax\leq -b$ ou $ax\geq -b$;
Si $a \neq 0$, diviser par a : l'inéquation ne change pas de sens si a est positif **mais cela change de sens si a est négatif.**
Ecrire l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle :

$$S=\left]-\frac{b}{a};+\infty\right[\text{ ou } \left]-\infty;-\frac{b}{a}\right[\text{ ou } \left]-\infty;-\frac{b}{a}\right] \text{ ou } \left[-\frac{b}{a};+\infty\right[.$$

Exercice 2: Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $3(2x-5) < 2x + 10$

3) Inéquation avec des x^2 ou des x^3 etc....: (**INEQUATION PRODUIT**)

- Factoriser
- Faire **un tableau de signe** avec une ligne pour chaque facteur, appliquer la règle des signes.
  - On dresse un tableau ayant autant de lignes que de facteurs
  - On cherche les valeurs qui annulent chaque facteur
  - On place ces valeurs dans l'ordre croissant sur la 1ère ligne du tableau
  - On étudie le signe de chaque facteur
  - On applique la règle des signes

- Regarder à quel(s) signe(s) correspond l'inéquation (+ ou - ou 0)
- Lire les solutions à la première ligne du tableau sous forme d'intervalle.

On peut réaliser **des tableaux de signes que pour des expressions algébriques mises sous forme de produit ou de quotient.**
Déterminer le signe d'une expression, c'est trouver les intervalles sur lesquels cette expression est positive et ceux sur lesquels cette expression est négative.

► Pour étudier le signe d'une expression, ou d'une fonction, il faut quelle soit sous forme **factorisée !**.

Exercice 3 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $-3x^2(3x+5)(2x-8) > 0$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(2x+1)^2 - (3+5x)(2x+1) \geq 0$

4) Inéquation avec des x au dénominateur : (**INEQUATION QUOTIENT**)

- Mettre l'inéquation sous la forme .. . . >0 ou ...... <0 (**NE PAS FAIRE LE PRODUIT EN CROIX**)
- Réduire au même dénominateur et ne pas le supprimer !
- Factoriser le numérateur et le dénominateur
- Faire **un tableau de signes** en mettant une ligne par facteur. Chercher valeurs particulières et interdites.
- Appliquer la règle des signes dans chaque colonne.
- Mettre les zéros sur la dernière ligne ainsi que les doubles barres (pour les valeurs interdites)
- Ecrire l'ensemble des solutions à l'aide des intervalles.

Exercice 4 : a) Ecrire le tableau des signes de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^2(1-4x)}{-3(3x+5)}$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) < 0$

5) Résolutions graphiques d'inéquations

Soient f et g deux fonctions. Les solutions de $f(x) < g(x)$ sont les abscisses des points de C_f qui sont en dessous de Cg. Lorsque la fonction g est une fonction constante égale à k, on retrouve la résolution graphique $f(x) < k$.
Les solutions graphiques de l'inéquation $f(x) < 0$ sont les abscisses des points de C_f situés en dessous de l'axe des abscisses.

Exercice 5 : On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2(x-11)$ et $g(x) = x-11$
1) Tracer les courbes de ces deux fonctions sur votre calculatrice.
2) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.
3) Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.
4) Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) < 0$.

Exercice 6 : Résoudre graphiquement, puis algébriquement, l'inéquation : $x \leq \dfrac{1}{x}$