2nd

Fonctions 4 : fonction carré et polynôme du second degré

Objectifs *: Connaître les variations des fonctions carré et polynômes de degré 2. (monotonie, extremum) et la propriété de symétrie de leurs courbes. Représenter graphiquement la fonction carré.*
Equations, inéquations tableau de signe des produits.
Travail sur le sens de variation.

1) La fonction carré :

Définition : La fonction carré est la fonction qui, à tout nombre réel x, associe son carré x^2.

L'ensemble de définition de f est : $Df = \mathbb{R}$

Si on note f la fonction, on a : $f : x \to x^2$, c'est-à-dire pour tout réel x, $f(x) = x^2$

Exemples : $f(2) = 4$
$f(-5) = (-5)^2 = 25$

Remarque : 3 a pour image : 9 mais 9 a pour antécédents : 3 et aussi -3.

Sens de variation : La fonction carré est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et est strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

Exercice 1 : Démontrer la propriété précédente.

Tableau de variation :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x) = x^2$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Exercice 2 : Ecrire un tableau de valeurs de la fonction carré sur [-4 ;4] avec un pas de 0,5.

Ecrire un tableau de valeurs de la fonction carré sur [-1 ;1] avec un pas de 0,1.

Tracer la courbe représentative de la fonction carré sur papier millimétré.

Définition et propriété : La courbe de la fonction carré, dans un repère orthogonal, s'appelle **une parabole**. Le sommet de cette parabole est O, l'origine du repère. Cette parabole est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

2) Fonction polynôme du second degré :

Définitions : On appelle **fonction monômes**, toute fonction s'écrivant sous la forme ax^n avec : $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$. On appelle **fonction polynômes**, toute fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$ où tous les a_i sont des réels.

On appelle degré de la fonction polynôme l'exposant le plus élevés de x. Notation deg (p) = n

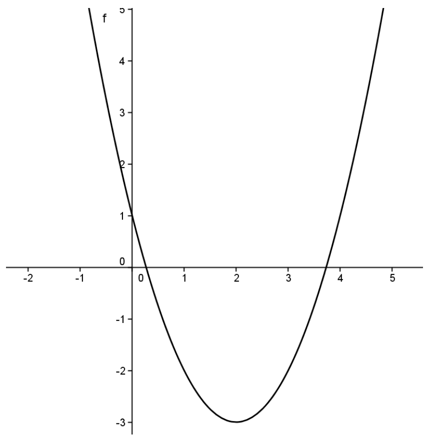
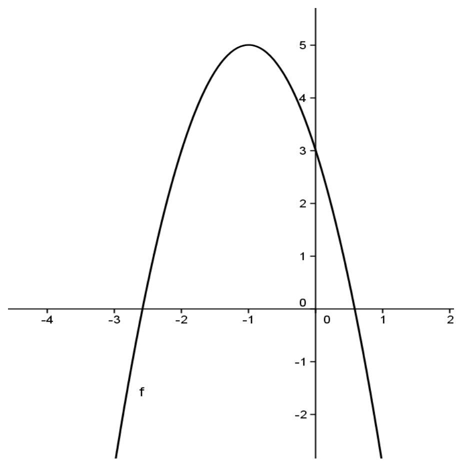
Définition : La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par **$f(x) = ax^2 + bx + c$** , avec $(a,b,c) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ est appelée **fonction polynôme de degré 2.**

Remarque : $f(x) = ax^2+bx+c$ est l'écriture développée et réduite d'un polynôme de degré 2.

Exercice 3 : a) Montrer que $3x^2-6x-9 = 3(x-1)^2-12 = 3(x-3)(x+1)$.
b) En déduire la résolution de $3x^2-6x-9 = 0$.
c) Résoudre graphiquement puis algébriquement l'inéquation $3x^2-6x-9 > 0$

Inéquation Produit : Signe d'un produit
- On dresse un tableau ayant autant de lignes que de facteurs
- On cherche les valeurs qui annulent chaque facteur
- On place ces valeurs dans l'ordre croissant sur la 1ère ligne du tableau
- On étudie le signe de chaque facteur
- On applique la règle des signes

Propriété : La courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2, $f(x) = ax^2 + bx + c$ est **une parabole.**

Si a > 0	**Si a < 0**
La fonction est d'abord strictement décroissante puis croissante et admet donc un minimum. De plus, la courbe admet un axe de symétrie vertical d'équation $x = -\frac{b}{2a}$  $f(x) = x^2 -4x +1$	La fonction est d'abord strictement croissante puis décroissante et admet donc un maximum. De plus, la courbe admet un axe de symétrie vertical d'équation $x = -\frac{b}{2a}$  $f(x) = -2x^2-4x+3$

Exercice 4 : Décrire les variations des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x^2+2x$ et $g(x) = 3x^2+3x-9$.

Exercice 5 : On considère la fonction polynôme de degré 2 : $f(x) = -x^2 -4x +1$
1. Déterminer les antécédents de 1 par la fonction f.
2. Montrer que $f(x) = 5 -(x+2)^2$
3. En déduire que f admet un maximum dont vous préciserez la valeur.
4. Donner le tableau de variations de la fonction f.
5. Tracer la courbe représentative de f sur [-6 ; 1]