La fonction exponentielle de base a

Définition : on appelle fonction exponentielle de base a, avec a réel strictement positif, la fonction f définie par : $\boldsymbol{f(x) = a^x = e^{x \ln a}}$ pour x réel quelconque.

Si $a = 1$, $f(x) = 1$ fonction constante.

Propriétés : Pour tout réel x : $\ln(a^x) = x \ln(a)$

Pour tout réels x et y : $a^x \times a^y = a^{x+y}$; $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$; $\left(a^x\right)^y = a^{xy}$

$\boldsymbol{f'(x) = (\ln a)\, e^{x \ln a} = (\ln a)\, a^x}$

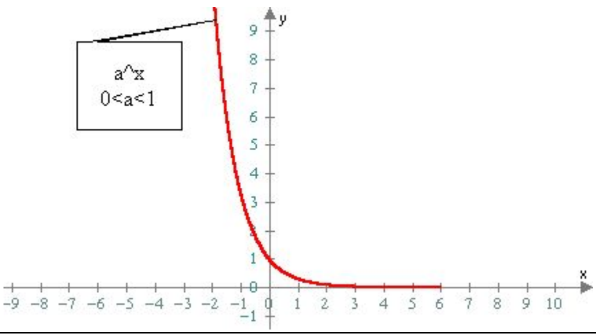
Si $0 < a < 1$ alors $\ln a < 0$ donc $f' < 0$, la fonction exponentielle de base a est donc strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

$$\lim_{x \to -\infty} a^x = \lim_{x \to -\infty} e^{x \ln a} = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} a^x = \lim_{x \to +\infty} e^{x \ln a} = 0$$

x	0		$+\infty$
$(a^x)'$		$-$	
a^x	$+\infty$	$\searrow$	0

La droite d'équation $y = 0$ est une asymptote horizontale à la courbe au voisinage de $+\infty$.



Si $a > 1$ alors $\ln a > 0$ donc $f' > 0$, la fonction exponentielle de base a est donc strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

$$\lim_{x \to -\infty} a^x = \lim_{x \to -\infty} e^{x \ln a} = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} a^x = \lim_{x \to +\infty} e^{x \ln a} = +\infty$$

x	0		$+\infty$
$(a^x)'$		$+$	
a^x	0	$\nearrow$	$+\infty$

La droite d'équation $y = 0$ est une asymptote horizontale à la courbe au voisinage de $-\infty$.