

Fiche méthode : Calcul de limites

Comment calculer une limite à l'infini ?

☆ Appliquer les théorèmes des opérations sur les limites, et les limites des fonctions usuelles.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 + 2x - 7 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 + \frac{2}{5}x^2 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{3x+5}$$

☆ Théorèmes de comparaison. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(2x)}{x^2}$

☆ Limite d'une fonction composée. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{2}{5x}\right) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-x^5}$

☆ Si on obtient une forme indéterminée (« $\infty - \infty$ », « $0 \times \infty$ », « $\frac{0}{0}$ », « $\frac{\infty}{\infty}$ ») pour :

1. une fonction polynôme de degré n :

Chercher la limite de son terme du plus haut degré. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 + 5x + 4$

2. une fonction rationnelle :

Chercher la limite du rapport de ses termes du plus haut degré. (après simplification)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 2x + 7}{3x^2 + 4x - 3} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 2x + 7}{3x^3 + 4x - 3} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 - 2x + 7}{3x^2 + 4x - 3}$$

3. une fonction irrationnelle :

Multiplier et diviser par l'expression conjuguée. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} + x \right)$

Ou Mettre le monôme de plus haut degré en facteur $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2x^2 + 3x}$

Comment calculer des limites aux points qui annulent le dénominateur ? $\lim_{x \rightarrow a^+}$ ou $\lim_{x \rightarrow a^-}$

Calculer la valeur prise par le numérateur.

1. Si elle est différente de 0, la limite est infinie. Etudier alors le signe du dénominateur.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+5}{2-x}$$

2. Si elle est nulle,

- factoriser numérateur et dénominateur puis simplifier. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^3 - 10x^2 + x + 6}{2x^2 - x - 15}$

Ou - Utiliser le nombre dérivé. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{2x} - 4}{x - 8}$