2^{nd}

Espace 2

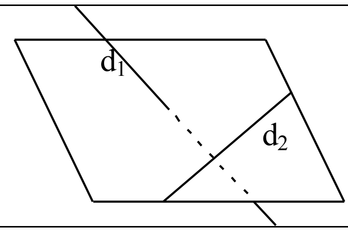
Objectifs : *Connaître la position relative de droites et plans de l'espace.*

1) Positions relatives de deux droites :

Deux droites de l'espace peuvent être:

a) Non coplanaires

Définition : Deux droites pour lesquelles il n'existe aucun plan de l'espace qui les contienne toutes deux, sont appelées des droites non coplanaires.
Remarque importante : deux droites non coplanaires n'ont aucun point commun mais ne sont pas parallèles.
Aucun plan ne contient (d_1) et (d_2) .



b) Coplanaires

Définition : Deux droites pour lesquelles il existe un plan de l'espace les contenant toutes deux, sont appelées des droites coplanaires.
En outre, deux droites coplanaires peuvent être: soit strictement parallèles, soit confondues, soit sécantes en un point.

Attention : Dans l'espace, pour démontrer que deux droites sont parallèles, il faut démontrer:
1°) qu'elles sont COPLANAIRES
2°) qu'elles n'ont aucun point commun.

Exercice 1 : ABCD est un tétraèdre régulier. I et K sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AD]. Etudier la position relative des droites (AB) et (CD) ; puis des droites (BD) et (IK).

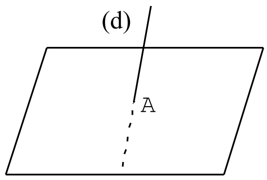
2) Positions relatives d'une droite et d'un plan :

Définitions : Soit (P) un plan et (D) une droite. Il y a trois possibilités:

a) *la droite et le plan sont sécants:*

Définition : (D) et (P) sont sécants si et seulement si (D) et (P) n'ont qu'un seul point commun A.

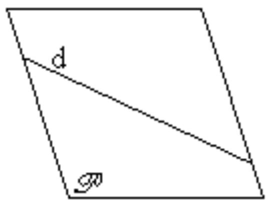
On écrit $(P) \cap (D) = \{A\}$



b) *la droite est contenue dans le plan (P):*

Définition : (D) est contenue dans (P) si et seulement si tous les points de (D) appartiennent à (P).

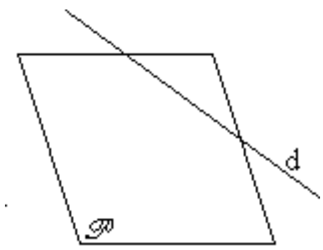
On écrit $(P) \cap (D) = (D)$ ou $(D) \subset (P)$



c) *la droite est strictement parallèle au plan:*

Définition : (D) est strictement parallèle à (P) si et seulement si (D) et (P) n'ont aucun point commun.

On écrit $(P) \cap (D) = \varnothing$



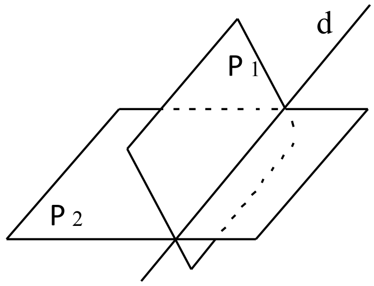
3) Positions relatives de deux plans de l'espace :

Définition: Deux plans de l'espace peuvent être:

a) ***sécants****:*

Définition : Deux plans sécants sont deux plans distincts qui ont **une droite** en commun.

On note $(P_1) \cap (P_2) = (d)$



b) ***confondus:***

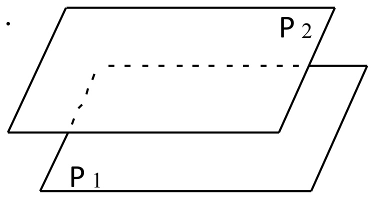
Définition : Deux plans (P_1) et (P_2) sont confondus si et seulement si tout point de (P_1) appartient (P_2) et réciproquement.

On note $(P_1) = (P_2)$

c) ***strictement parallèles****:*

Définition : Deux plans qui n'ont aucun point commun sont des plans strictement parallèles.

On note $(P) \cap (Q) = \varnothing$



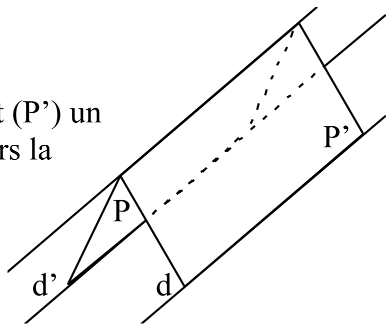
Exercice 2 : SABCD est une pyramide de sommet S. Les diagonales de sa base se coupent en I. Quelle est l'intersection des plans (SAC) et (SBD) ?

4) Parallélisme dans l'espace

a) parallélisme de droites :

Propriété 1 : Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.
Propriété 2 : Si deux droites sont parallèles, tout plan qui coupe l'une coupe l'autre.
Propriété 3 : Si (P) et (P') sont deux plans parallèles, alors tout plan (Q) qui coupe (P) coupe aussi (P') et les droites d'intersection sont parallèles.

Propriété 4 : théorème du toit
(d) et (d') sont deux droites parallèles. (P) est un plan contenant (d), et (P') un plan contenant (d'). Si, en outre, les plans (P) et (P') sont sécants, alors la droite (Δ) d'intersection de ces plans est parallèle à (d) et à (d').

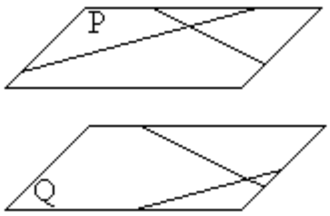


b) parallélisme de plans

Propriété 1 : Si deux plans sont parallèles à un même troisième, alors ils sont parallèles entre eux.
Propriété 2 : Par un point de l'espace, il ne passe qu'un et un seul plan parallèle à un plan donné.

Propriété 3: Si deux droites sécantes d'un plan (P) sont parallèles à deux droites sécantes d'un plan (Q) alors (P) et (Q) sont parallèles.

$$\left.\begin{array}{l}(D) \parallel (D') \\ (\Delta) \parallel (\Delta') \\ (D) \text{ et } (\Delta) \text{ sécantes}\end{array}\right\} \text{ alors } (P) \parallel (Q)$$



c) parallélisme entre droite et plan

Propriété 1: Une droite (d) est parallèle à un plan (P) si et seulement si elle est parallèle à au moins une droite de (P).

Si (d) $\parallel (\Delta)$ et $(\Delta) \subset$ (P) alors (D) $\parallel$ (P).

Propriété 2 : Si deux plans sont parallèles, alors toute droite de l'un des plans est parallèle à l'autre plan.

Si $(P_1) \parallel (P_2)$ et si $(d) \subset (P_1)$ alors $(d) \parallel (P_2)$.

Exercice 3 : ABCD est un tétraèdre.

M est un point de l'arête [AB] et N est un point de l'arête [AC] tel que les droites (MN) et (BC) soient parallèles. P est un point de l'arête [AD] tel que les droites (NP) et (CD) soient parallèles.

a) Démontrer que les plans (MNP) et (BCD) sont parallèles.

b) En déduire que la droite (MP) et le plan (BCD) sont parallèles.