

Objectifs : Nombre dérivé d'une fonction en un point (comme limite du taux d'accroissement).

Lecture graphique du coefficient directeur d'une tangente à la courbe représentative d'une fonction dérivable en un point.

Fonction dérivée. Dérivées des fonctions usuelles : $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$ et $x \mapsto x^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

I- Nombre dérivé et tangente

1) Taux d'accroissement

Soient une fonction f définie sur un intervalle I , avec les réels a , $a+h$ et x dans I . ($h \neq 0$)

Définition 1 : On appelle **taux d'accroissement** de la fonction f entre a et x le nombre : $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

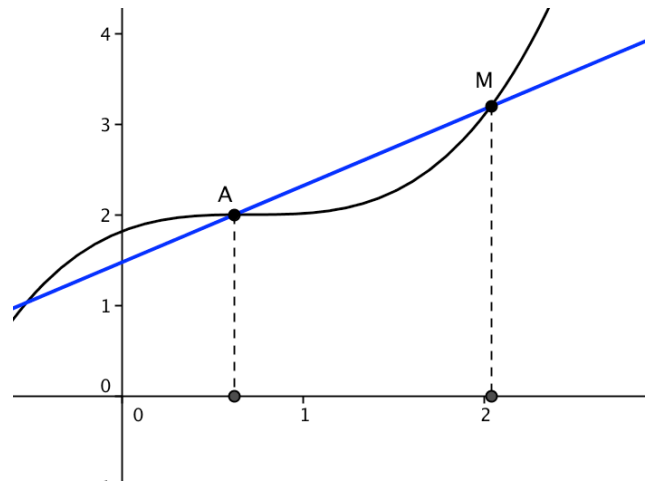
Définition 2 : On appelle **taux d'accroissement** de la fonction f entre a et $a+h$ le nombre :

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Interprétation graphique : Soient les points $A(a; f(a))$ et $M(a+h; f(a+h))$, deux points de la courbe représentative de la fonction f .

Le taux d'accroissement de la fonction f entre a et $a+h$ est le **coefficient directeur de la sécante (AM)**.

Exercice 1 : $f(x) = x^2$. Déterminer le taux d'accroissement de la fonction f entre 1 et $1+h$; puis entre 1 et 2.



2) Nombre dérivé d'une fonction en un point

Définition : Soient une fonction f définie sur un intervalle I ; a et $a+h$ sont deux nombres réels de I avec $h \neq 0$. Dire que la fonction f est dérivable en a signifie que lorsque h tend vers 0, alors le taux

d'accroissement $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ tend vers un nombre réel noté $f'(a)$, appelé **nombre dérivé de f en a** .

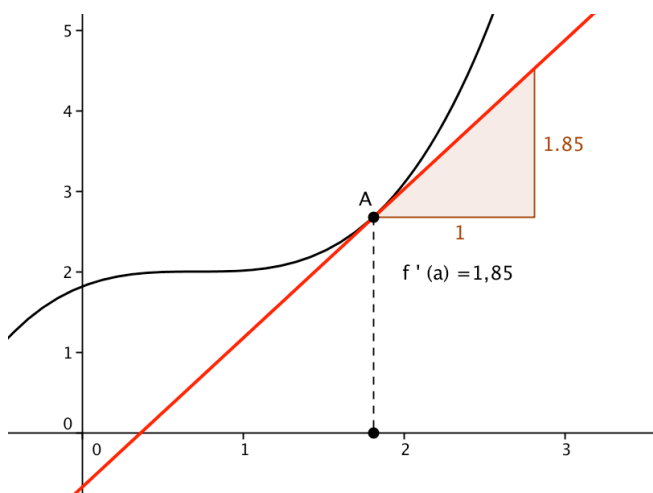
On note :
$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Exercice 2 : Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en a :

a) $f(x) = x^2$ et $a = 1$

b) $f(x) = x^2 - 3x + 1$ et $a = 2$

c) $f(x) = x^3$ et $a = -1$

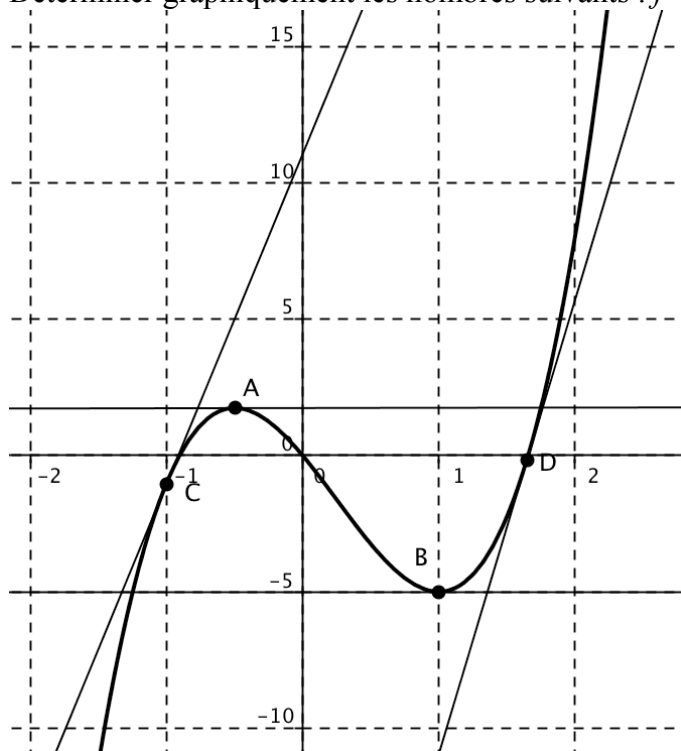


Interprétation graphique : Le nombre dérivé d'une fonction f en un point a représente le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe représentative de la fonction f au point a .

La droite qui passe par $A(a; f(a))$ et de **coefficient directeur $f'(a)$ est la tangente** à la courbe représentative de la fonction f au point a .

Exercice 3 :

Déterminer graphiquement les nombres suivants : $f'(-1)$; $f'(-0,5)$; $f'(1)$ et $f'(1,6)$.



II- Fonction dérivée

1) Fonction dérivée

Définition : f est une fonction définie sur un intervalle I . Dire que la fonction f est dérivable sur I signifie que f est dérivable en tout nombre réel de I . La fonction dérivée de f , notée f' , est la fonction qui à tout nombre réel x de I associe son nombre dérivé $f'(x)$.

2) Dérivées des fonctions usuelles

ROC : Compéter le tableau ci dessous

Fonction $f(x) =$	Ensemble de définition de f	Ensemble de dérivabilité de f	Fonction dérivée : $f'(x) =$
$f(x) = k$, k nombre réel			
$f(x) = x$			
$f(x) = mx+p$			
$f(x) = x^2$			
$f(x) = ax^2+bx+c$			
$f(x) = x^3$			
$f(x) = x^n$, n entier naturel non nul			
$f(x) = \frac{1}{x}$			
$f(x) = \sqrt{x}$			