Brevet de technicien supérieur Nouvelle–Calédonie session novembre 2011 - Informatique de gestion

Épreuve facultative

Exercice 1 **8 points**

Les trois questions sont indépendantes

1. On donne le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$:

$$f(t) = 1 + 2t + \frac{1}{3}t^2 + t^2\epsilon(t) \quad \text{avec } \lim_{t\to 0}\epsilon(t) = 0.$$

On considère la fonction g définie sur R par $g(t) = (1+t)g(t)$.

   a. Déterminer le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de $g(t)$.

   b. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction g dans un repère, au point d'abscisse 0.

2. À l'aide d'une intégration par parties, calculer la valeur exacte de l'intégrale : $I = \int_0^1 x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

Exercice 2 **12 points**

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

La direction des ressources humaines d'une entreprise de plus de 20 000 salariés a décidé de rembourser à ses salariés les frais professionnels de téléphone mobile. Pour prévoir cette dépense dans le budget, il a donc été réalisé une enquête auprès de 200 salariés leur demandant le montant de cette dépense. *Cette expérience est assimilée à un tirage aléatoire avec remise.*

Pour cet échantillon, la moyenne est $\overline{x} = 54$ € et l'écart-type est $s = 9$ €.

On désigne par $\overline{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de 200 salariés prélevé au hasard dans l'ensemble des salariés de l'entreprise, associe la moyenne des montants en euros de ces dépenses. *On pourra assimiler ces prélèvements à des prélèvements aléatoires avec remise.*

1. Donner une estimation ponctuelle de la moyenne m des montants des dépenses en téléphone mobile professionnel de l'ensemble des salariés de l'entreprise.
2. Justifier le fait qu'une estimation ponctuelle de l'écart-type (J des montants des dépenses en téléphone mobile professionnel de l'ensemble des salariés de l'entreprise, arrondie au centième, est égale à 9,02.
3. On rappelle que m est la moyenne de ces dépenses pour l'ensemble des salariés de l'entreprise. On admet que $\overline{X}$ suit la loi normale $\mathcal{N}\left(m\,;\,\frac{\sigma}{\sqrt{200}}\right)$. On prendra pour σ la valeur arrondie trouvée à la question 2.

   Donner un intervalle de confiance de m avec le coefficient de confiance de 95 %. *Arrondir au centième les bornes de cet intervalle.*

Partie B

Dans cette question, on pourra considérer que $m = 54$ € et $a = 9,02$€. L'entreprise comprend un département « production ».

Sur un échantillon aléatoire de 80 personnes du département « production », on a relevé que le montant moyen des dépenses professionnelles en téléphone mobile est égal à 55,40euros. (On assimilera ce relevé à une série de 80 tirages aléatoires avec remise.)

On étudie dans cette partie le fait que les dépenses professionnelles en téléphone mobile sont significativement différentes dans le département « production » par rapport à ce qu'elles sont dans l'entreprise entière. Pour cela, on va effectuer un test d 'hypothèse bilatéral au seuil de 5 %.

On considère :

– l'hypothèse nulle H_0 : le montant moyen des dépenses professionnelles en téléphone mobile du département « production » est le même que dans l'entreprise entière ;

– l'hypothèse alternative H_1 : le montant moyen des dépenses professionnelles en téléphone mobile du département « production » est différent de ce qu'il est dans l'entreprise entière.

On admet que, sous l'hypothèse H_0, la variable aléatoire Y qui, à chaque échantillon aléatoire de 80 salariés prélevé au hasard dans l'ensemble des salariés de l'entreprise, associe la moyenne des montants en euros de ces dépenses, suit la loi normale $\mathcal{N}\left(54,\ \dfrac{9,02}{\sqrt{80}}\right)$.

1. Parmi les quatre intervalles proposés, quel est celui qu'il faut utiliser pour effectuer le test ?

$$I = \left[55,4 - 1,64 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}}\ ;\ 55,4 + 1,64 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}}\right] \quad ; \quad J = \left[55,4 - 1,96 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}}\ ;\ 55,4 + 1,96 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}}\right]$$

$$K = \left[54 - 1,64 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}}\ ;\ 54 + 1,64 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}}\right] \quad ; \quad L = \left[54 - 1,96 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}}\ ;\ 54 + 1,96 \times \frac{9,02}{\sqrt{80}}\right].$$

2. Énoncer une règle de décision.

3. En utilisant les informations recueillies sur l'échantillon de 80 personnes du département « production », peut-on décider que les dépenses en téléphone mobile professionnel sont, au seuil de 5 %, siguificativement différentes dans le département « production » par rapport à ce qu'elles sont dans l'entreprise entière ?