## Exemple d'activité dans le cadre de l'accompagnement personnalisé.

Problématiques développées : P2, P3, P4, P5 et P6.
Série : série S, adaptable aux autres séries.
Place dans la progression : après le cours sur les fonctions polynômes du second degré.

*Scénario pédagogique :* une évaluation diagnostique réalisée en cours de Mathématiques suivie d'une séance développée dans le cadre de l'Accompagnement Personnalisé. Une séance portant sur la démarche d'investigation, réalisée en cours de Mathématiques, boucle le scénario pédagogique.

L'une des finalités de l'Accompagnement Personnalisé, en classe de première, est de favoriser l'acquisition de compétences propres à chaque voie de formation. De ce fait, les auteurs ont souhaité présenter un scénario pédagogique permettant de développer chez les apprenants des compétences scientifiques tout en répondant spécifiquement aux besoins de chacun. L'évaluation diagnostique est ainsi au cœur de ce protocole, elle pilote l'Accompagnement Personnalisé.

Afin de préparer une séance sur la démarche d'investigation, les professeurs se sont intéressés à l'acquisition de connaissances structurées par les élèves :

L'élève sait-il :

- mobiliser ses connaissances (donner du sens, traduire, décoder, mettre en relation, choisir une propriété, appliquer une méthode…) ;
- utiliser les TIC ;
- raisonner ;
- démontrer ;
- avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus ;
- communiquer un résultat par écrit ?

Voici l'énoncé de l'évaluation :

Après plusieurs relevés, un scientifique a modélisé une passe de volley-ball, la passe de Clément à son coéquipier Florian. La hauteur du ballon $h(t)$ en fonction du temps $t$ est : $h(t) = -0,525t^2 + 2,1t + 1,9$ où $h(t)$ est exprimée en mètres et $t$ en secondes.

a) À quelle hauteur Clément commence-t-il sa passe ?

b) Quelle hauteur maximale le ballon atteint-il ?

c) Florian ne réussit pas à toucher le ballon que Clément lui passe. Combien de temps après la passe de Clément le ballon tombe-t-il au sol ?

d) Durant combien de temps le ballon est-il en phase de descente ?

La hauteur du filet est de 2,43 mètres. Durant combien de temps le ballon est-il situé au-dessus du filet ?

Les réponses sont à justifier.

L'évaluation a débouché sur la formation de trois groupes de besoins en fonction des profils repérés.

**Le premier groupe**

Les élèves de ce groupe s'engagent, ont des connaissances, parfois confuses, peu structurées. Ils éprouvent des difficultés à reconnaître dans un problème simple l'outil mathématique adéquat. Ils montrent des acquis dans l'utilisation des calculatrices. Ils attestent d'un regard critique intéressant et communiquent correctement à l'écrit.

Voici quelques extraits significatifs d'une copie d'un élève de ce groupe.

Extrait 1

a) $h(t) = -0{,}525t^2 + 2{,}1t + 1{,}9$

$h$ la hauteur en m.

$t$ le temps en s

on cherche la hauteur tel que le temps $t = 0$

on pose $h(0) = -0{,}525 \times 0^2 + 2{,}1 \times 0 + 1{,}9$

$= 1{,}9$

ainsi Clément commence sa passe à 1,9 m. donc

$u_0 = 1{,}9\text{m}$

2) On cherche a quelle hauteur maximale le ballon atteint -il.

on pose $U_n = -0{,}525n^2 + 2{,}1n + 1{,}9$

on utilise le mode recur de la calculatrice.

on visualise les premiers termes suivant:

$u_0 = 1{,}9$

$u_1 = 3{,}475$

$u_2 = 4$ il semble que $u_2 = 4$ soit le maximum de cette fonction.

$u_3 = 3{,}475$

$u_4 = 1{,}9.$ il semblerait donc que la hauteur maximale est 4 m.

On cherche a justifier cette hypothèse.

Extrait 2

il s'agit donc bien d'une fonction polynome du second degré

on cherche a étudier le tableau de variation de cette fonction.

on pose $\Delta = a\,b^2 - 4ac$

$= -0{,}525 \times (2{,}1)^2 - 4 \times (-0{,}525) \times 1{,}9$

$= 1{,}67475 > 0$

Extrait 3

Je n'arrive à rien d'interressant avec mes resultats

je repars sur la forme.

$U_n = -0{,}525n^2 + 2{,}1n + 1{,}9.$

jesais donc grâce au mode recur que le max est atteint au rang 2.

on pose: $U_2 = -0{,}525 \times 2^2 + 2{,}1 \times 2 + 1{,}9.$

$= 4$

ainsi la hauteur max est 4 m.

**Le deuxième groupe**

Les élèves de ce groupe comprennent et interprètent correctement la situation. Ils utilisent à bon escient des connaissances mathématiques et la calculatrice.Ils ne justifient pas les résultats.

Voici un extrait de copie.

a) On remplace t par 1. On cherche la hauteur des mains de Clément
$-0,525\times1^2+2,1\times1+1,9=3,475$
$-0,525\times0^2+2,1\times0+1,9=1,9$
b) On rentre cette fonction dans la Table des fonctions sur la calculatrice et on observe que lors de la passe de Clément il se trouve à 1,9m du sol.
b) Le ballon atteint son point culminant à 2 seconde à la hauteur de 4 mètres.
c) F(4) = 1,9m donc à F(5) = 0.
d) Le ballon est au plus haut à 2 secondes à 4 mètres 5 − 2 = 3
Le ballon touche le sol à 5 secondes donc il est en descente à partir de la 2ième seconde.
e) Si le filet est à 2,43 mètres dans le tableau des fonctions à la seconde 1, 2 et 3 le ballon ~~le ballon se trouv~~ se trouve successivement à 3,475 ; 4 ; 3,475 mètres donc il reste 3 secondes au dessus du filet.

**Le troisième groupe**

Les élèves de ce groupe sont en réussite globale.

Pour permettre le progrès de tous les élèves, quels que soient leurs besoins, une remédiation plus ciblée, fondée sur les points forts de chacun, est proposée en Accompagnement Personnalisé.

Le support, commun aux trois groupes, est un exercice du même type que celui proposé en évaluation diagnostique. Le travail demandé à chaque groupe est, par contre, différent.

Des chercheurs ont, en première approximation, modélisé le taux de croissance $\mu$ (par heure $h^{-1}$) de la bactérie Methylosinustrichosporium (*) en fonction de la température $T$ (en degré Celsius) par :

$$\mu(T) = -6\times10^{-5}T^2 + 2,76\times10^{-3}T - 1,998\times10^{-2}.$$

Les chercheurs souhaitent connaître :

• les températures minimale et maximale en-deçà et au-delà desquelles le taux de croissance est propice au développement de la bactérie ;

• le taux de croissance maximum ;

• l'intervalle des températures pour lequel le taux de croissance augmente en fonction de la température ;

• les températures donnant un taux de croissance égal à $4,5\times10^{-3}$.

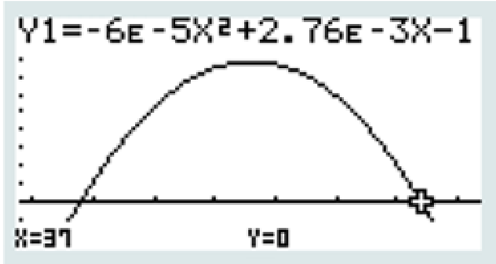
(*) Bactéries capables de croître et de se multiplier en utilisant le méthane comme seule source de carbone et d'énergie.

**Pour les élèves du premier groupe : l'objectif fixé par le professeur est d'apprendre à utiliser son cours.**

Pour cela, le professeur propose aux apprenants de résoudre le problème à l'aide de la leçon et de l'ébauche du travail d'un élève qu'il donne comme support, ce dernier étant reproduit ci-dessous :

Pour résoudre le problème posé, Mélanie effectue la démarche suivante :

- elle repère dans le texte les mots importants pour s'approprier la situation ;
- elle trace à l'écran de sa calculatrice la courbe représentant la fonction $\mu$




- la parabole obtenue modélise le taux de croissance de la bactérie ;
- $\mu$ est une fonction polynôme de degré 2 ;
- elle écrit $a = \ldots$ , $b = \ldots$ et $c = \ldots$

Poursuivre le travail de Mélanie afin de répondre aux questions posées par les chercheurs.

**Pour les élèves du deuxième groupe : l'objectif fixé par le professeur est d'apprendre à utiliser une fiche méthode pour apprendre à justifier.**

L'activité proposée aux élèves par le professeur est la suivante :

Pour résoudre le problème posé, Charlotte utilise la fiche méthode suivante :
$f$ est la fonction polynôme définie sur R par :
$f(x) = –6×10^{–5}x^2 + 2,76×10^{–3}x –1,998×10^{–2} = –6×10^{–5}(x – 9)(x – 37) = –6×10^{–5}(x – 23)^2 + 1,176×10^{–2}$.

- Pour résoudre l'équation $f(x) = 0$, j'utilise la forme factorisée de $f(x)$ : $f(x) = –6×10^{–5}(x – 9)(x – 37)$

$f(x) = 0$ équivaut à $–6×10^{-5}(x – 9)(x – 37) = 0$, ce qui donne $x = 9$ ou $x = 37$.

- Pour calculer le discriminant de $f$, j'utilise la forme développée de $f$ :

$f(x) = –6×10^{–5}x^2 + 2,76×10^{–3}x –1,998×10^{–2}$
$a = –6×10^{–5}$ ; $b = 2,76×10^{–3}$ ; $c = –1,998×10^{–2}$
$\Delta = (2,76×10^{–3})^2 – 4×(–6×10^{–5})×( 1,998×10^{–2}) = 2,8224×10^{–6}$

- Pour dresser le tableau de variation de $f$ , j'utilise la forme canonique de $f$ :

$f(x) = –6×10^{–5}(x – 23)^2 + 1,176×10^{–2}$

| $x$ | $-\infty$ | | $23$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | | $\nearrow$ | $1,176\times10^{-2}$ | $\searrow$ | |

Répondre aux questions suivantes en choisissant la forme de $f$ la plus adéquate :

1. Résoudre dans **R** l'inéquation $f(x) \geq 0$.
   1.A. Démontrer que, pour tout réel $x$, $f(x) \leq 1{,}176 \times 10^{-2}$.
   1.B. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole qui représente $f$.
   1.C. Résoudre dans **R** l'équation $f(x) = 4{,}5 \times 10^{-3}$.
2. Répondre aux questions posées par les chercheurs.

**Pour les élèves du troisième groupe : l'objectif fixé par le professeur est d'approfondir.**

L'activité proposée aux élèves de ce groupe consiste à résoudre le problème à l'aide d'un logiciel de calcul formel.

Pour résoudre le problème posé, Léa utilise un logiciel de calcul formel dont voici une copie d'écran :

```
1 μ(T):=-6*10^(-5)*T^2+2.76*10^(-3)*T-1.998*10^(-2)
      T -> ((-6)*10^-5)*T^2+(2.76*10^-3)*T-1.998*10^-2
2 resoudre(μ(T)=0,T)
      [9, 37 ]
3 simplifier(10^5*μ(T))
      -6*T^2+276.0*T-1998
4 resoudre(-6*T^2+276*T-1998>=0,T)
      [(T>=9) && (T<=37) ]
5 fMax(μ(T),T)
      23
6 forme_canonique(μ(T),T)
      (-3)*(T-23.0)^2/50000 +0.01176
7 resoudre(μ(T)=4.5*10^(-3),T)
      [12, 34 ]
```

Expliquer la démarche de Léa.

## Bilan des travaux

Les corrections et les synthèses des différentes démarches proposées à chaque groupe d'élèves sont faites en Accompagnement Personnalisé. Chaque groupe expose son travail au reste de la classe, favorisant ainsi la communication orale. Cette synthèse offre à chaque élève la possibilité de choisir l'une des démarches pour un même problème en fonction de ses compétences.

*Prolongement*

Afin de mettre à profit ces pistes de différenciations pédagogiques, il serait intéressant de proposer deux situations similaires aux élèves : l'une en classe, accompagnée d'un questionnement sur le choix méthodologique effectué par l'élève (qui peut être fait avant l'évaluation diagnostique) et l'autre sur l'Espace Numérique de Travail mettant en scène une situation plus complexe dans laquelle les élèves devraient mobiliser et combiner plusieurs procédures acquises. Le professeur pourrait ainsi vérifier la capacité des élèves à réinvestir ce qu'ils ont appris dans un autre cadre et selon des modalités différentes.

## 2. Dérivation

### Lien entre coefficient directeur et pente d'une droite

Cette activité a pour but d'anticiper les difficultés, d'assurer une meilleure homogénéité des connaissances à l'approche du chapitre sur la dérivation. Elle fait suite à un repérage des besoins sur les notions d'équations de droites, de coefficient directeur, de pente.

Problématiques développées : P1, P2, P4 et P5.
Série : toutes séries.
Place dans la progression : avant le cours sur la dérivation.

| | |
|---|---|
| **Objectifs pédagogiques** | Réactiver les connaissances sur les équations de droite.<br>Donner un sens concret au coefficient directeur. |
| **Compétences** | Mettre en œuvre une recherche de façon autonome.<br>Communiquer à l'oral. |
| **Connaissances** | Équations de droites. |
| **Logiciels** | Tableur et/ou calculatrice.<br>Logiciel de géométrie dynamique. |
| **Modalités de gestion de classe** | Travail individuel.<br>Accompagnement personnalisé. |

**Scénario pédagogique**

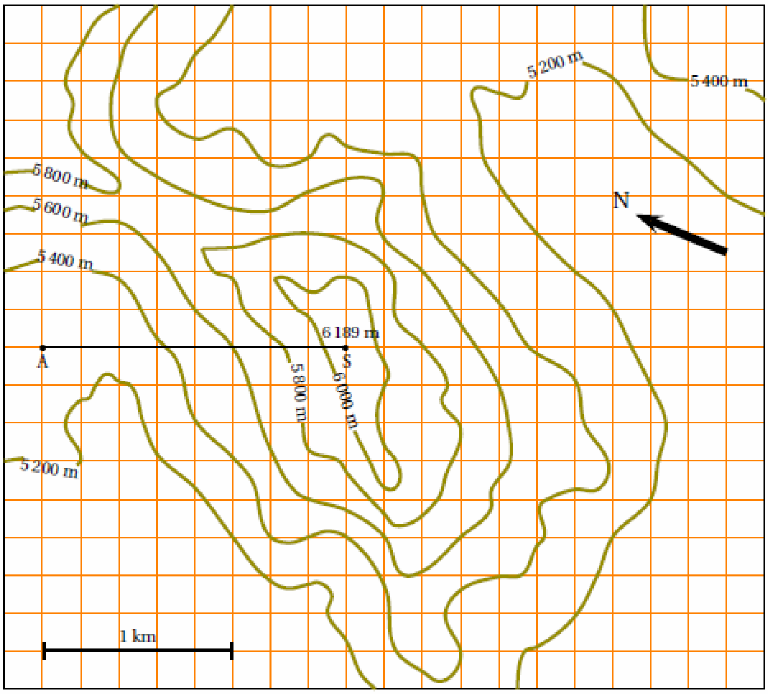
**Phase 1 : un support concret : à la montagne (extrait Bac L maths info)**

Le professeur laisse travailler ses élèves en autonomie sur le support proposé ci-dessous. Il passe dans les rangs pour aider ou débloquer certains élèves en difficulté. Des besoins se font sentir sur un éclairage entre « coefficient directeur » et « pente d'une droite ». Le professeur explore ces notions à l'aide du logiciel *GeoGebra* afin de créer des images mentales chez les apprenants. Une synthèse collective est réalisée à l'issue de ce travail qui conduit à l'élaboration d'une fiche-méthode.

*Island peak 6189m - Makalu 8463m*

Ci-dessous se trouve la carte de la région montagneuse autour du sommet « Island Peak » au Népal. Le sommet culmine à 6 189 mètres d'altitude et est matérialisé sur la carte par le point S.

1. Hachurer sur la carte la zone montagneuse située à une altitude comprise entre 5 200 mètres et 5 400 mètres.



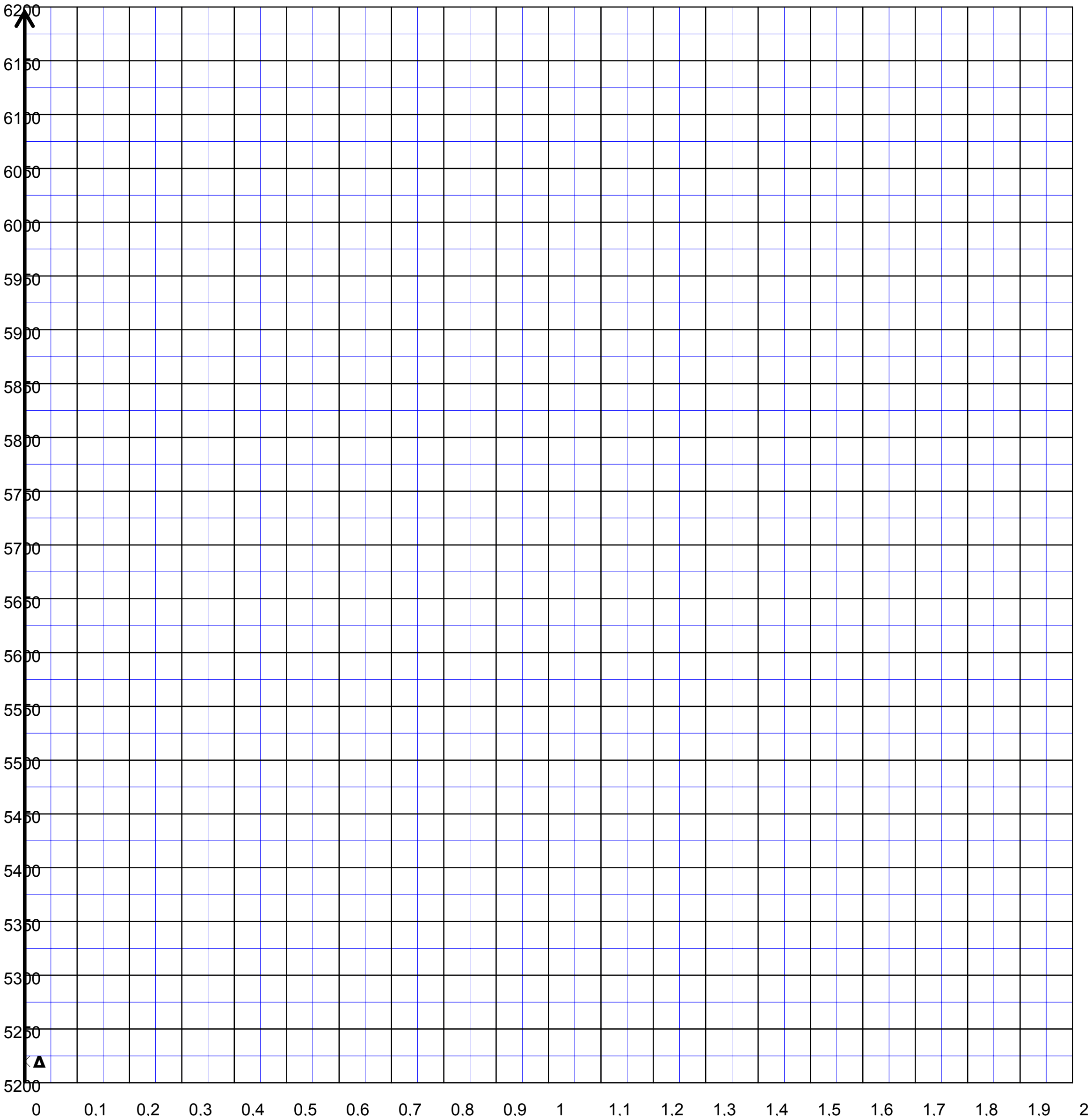

2. Alexandre a enfin réussi à s'offrir le trek de ses rêves : atteindre en quelques jours le camp de base de l'Everest que représente l'Island Peak.

Pour sa dernière étape, Alexandre va partir du point A situé à 5 220 mètres d'altitude pour arriver au sommet S en suivant le trajet indiqué sur la carte.

- À partir de la lecture de la carte, calculer l'élévation moyenne, exprimée en mètres par kilomètre parcouru, lors de sa dernière étape. Arrondir le résultat à l'unité.
- Dans un repère donné, le point A a pour coordonnées (0 ; 5 220). Tracer dans le repère donné un profil du parcours d'Alexandre.

*Indication possible : pour aider à tracer le profil, on peut repérer sur la carte des points du parcours dont l'altitude est connue.*

- Le profil obtenu est la représentation d'une fonction dite affine par morceaux. Quelle est son expression ?
- Que représente le coefficient directeur de chacun de ces segments de droites ?
- À l'aide d'un nouveau tracé, retrouver sur le graphique l'élévation moyenne par kilomètre parcouru.

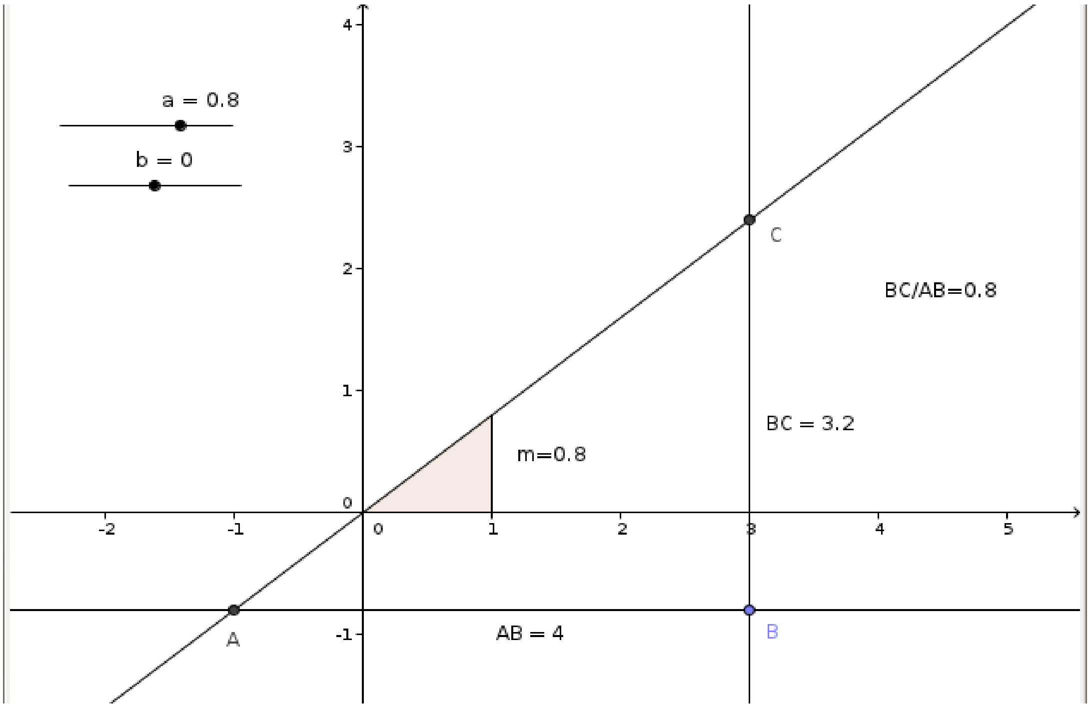



**Phase 2 : prolongement de l'activité par l'élaboration d'une fiche personnelle.**

En utilisant le logiciel *GéoGebra*, tracer la droite d'équation $y = ax + b$, $a$ et $b$ étant les valeurs données par deux curseurs. On se positionne par exemple sur $y = 0,8x$ dans un repère orthogonal. On prend le point A d'abscisse –1 de la droite tracée, B est un point mobile sur la droite horizontale passant par A et le point C est l'intersection de la droite tracée et de la perpendiculaire à (AB) passant par B. On calcule AB, BC, et le rapport BC/AB.

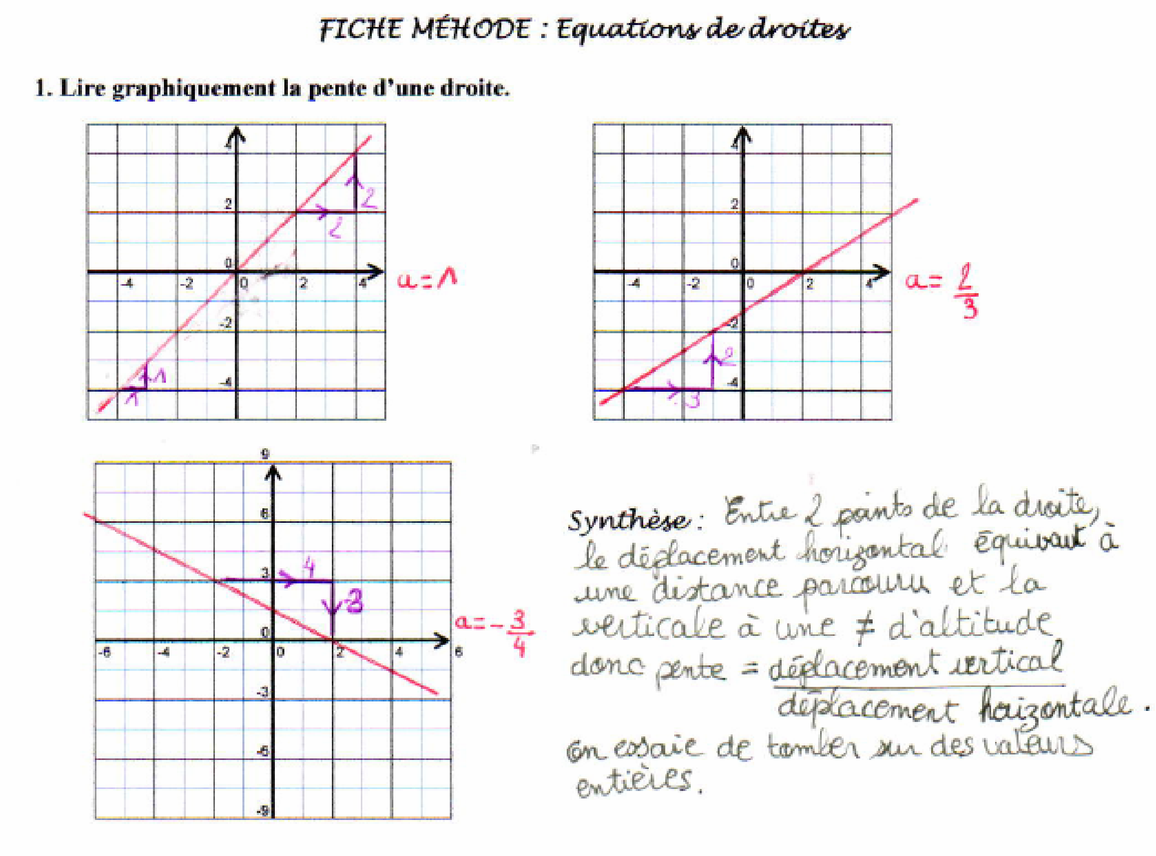
Les élèves remarquent alors que, quel que soit le point B, le rapport est constant.

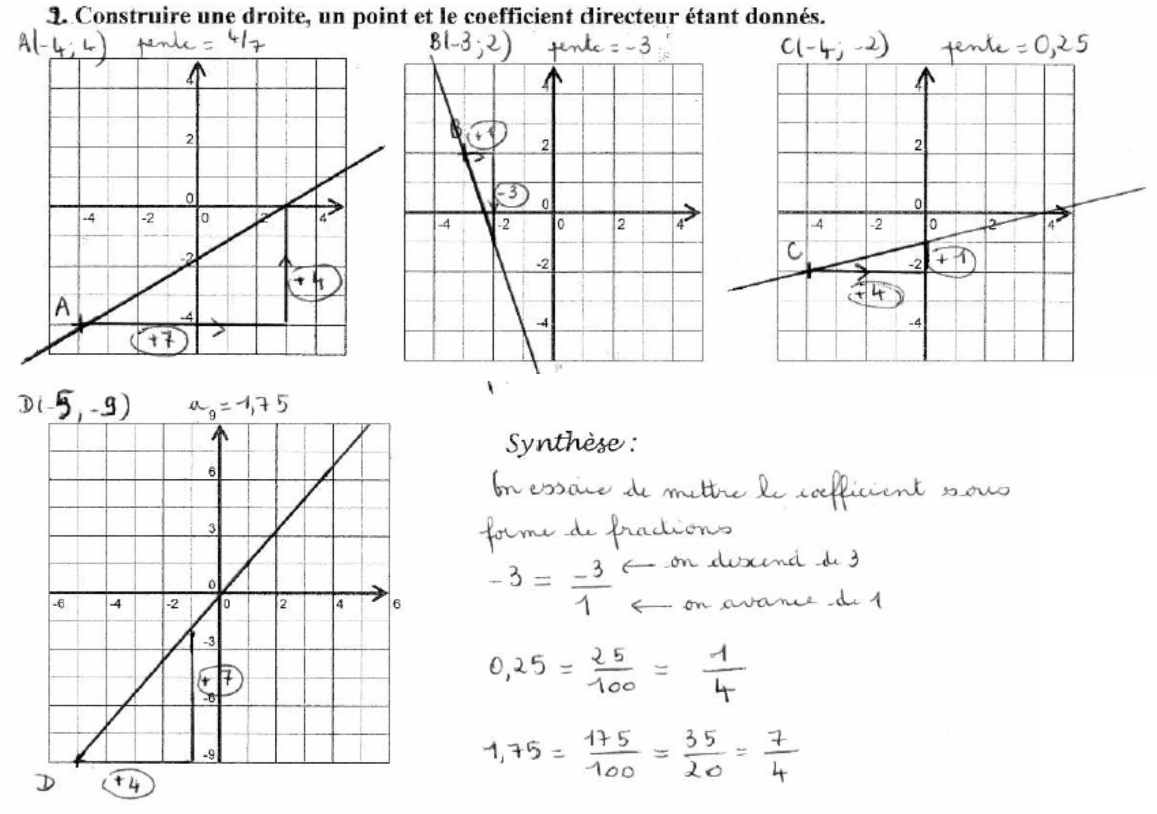
Les triangles rectangles qui apparaissent à l'écran ont des côtés proportionnels.




À l'issue de cette activité, les élèves amorcent le début d'une **fiche-méthode qu'ils compléteront au fur et à mesure** des séances.

*Exemple de fiche élaborée par des élèves :*






On pourra vérifier avec les élèves par calcul que si $x$ « augmente » de 1 alors $y$ « augmente » de $a$.

**Phase 3 : lien graphique entre coefficient directeur et pente.**

L'objectif de l'étude suivante est de créer chez les élèves des images mentales afin de les rendre capables d'appréhender le lien entre coefficient directeur et pente. Pour cela, on utilise le logiciel *GeoGebra*. Les élèves échangent leurs observations à l'oral et complètent en autonomie leur fiche-méthode selon leurs besoins.

On se placera dans un repère **orthonormé** et on continue d'exploiter la situation créée avec le logiciel *GeoGebra*.

a. Éduquer son œil, créer des liens entre coefficients directeurs et situations de la droite.

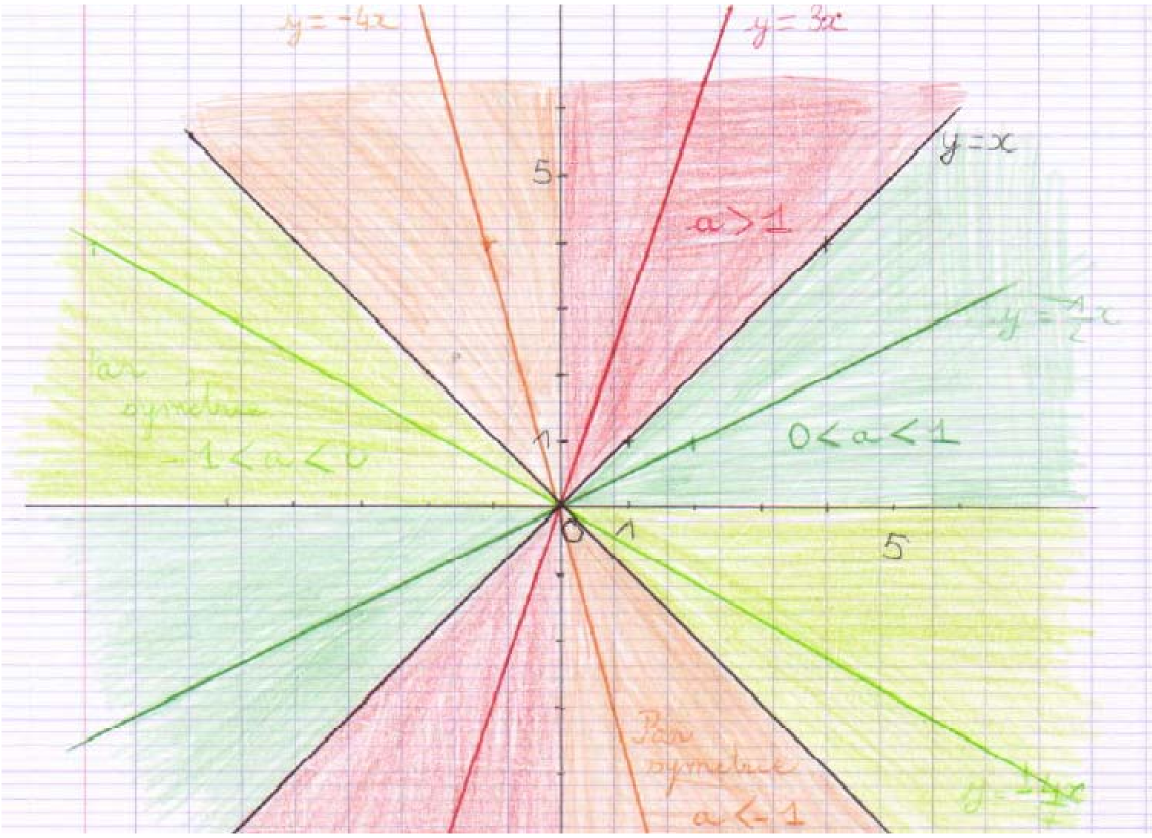
À l'oral, le professeur amène les élèves à s'intéresser aux questions suivantes :

- Qu'observe-t-on quand on modifie le paramètre $b$ ? Conclure.

  On remarquera que $b = f(0)$.
- On fixe $b = 0$.

  Qu'observe-ton lorsque $a > 1$?  $a = 1$ ?  $0 < a < 1$ ?  $a = 0$ ?  $-1 < a < 0$ ?  $a = -1$ ?

Exemple de synthèse d'élève :




***b. Symétries et coefficients directeurs.***

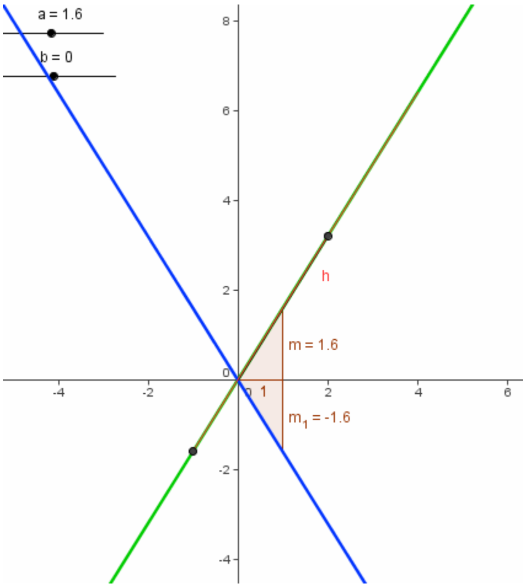
À l'aide du logiciel *GeoGebra*, tracer une droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = ax$ , puis la droite $\mathcal{D}'$ symétrique de $\mathcal{D}$ par rapport à l'axe des ordonnées. Que dire des coefficients directeurs des droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ ?

Faire de même avec les droites symétriques de $\mathcal{D}$ :

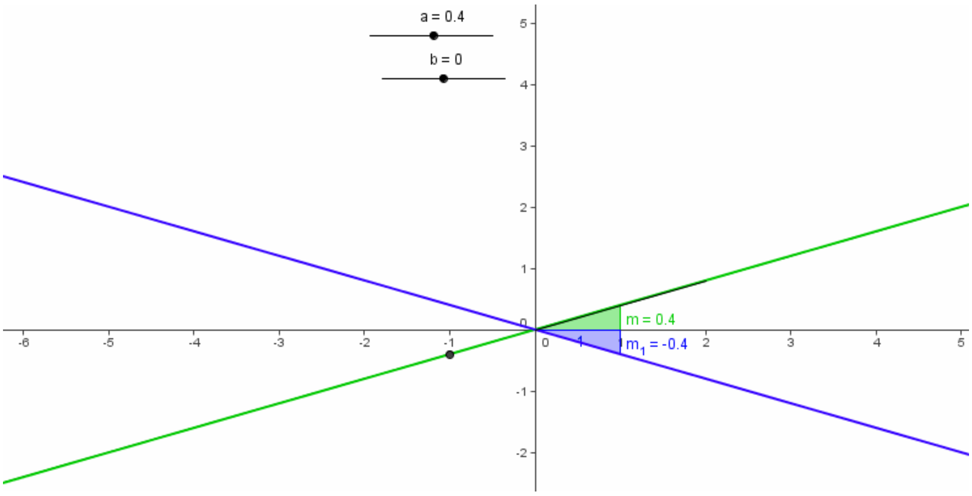
- par rapport à l'axe des abscisses,
- par rapport à la première bissectrice (droite d'équation $y = x$),
- par rapport à la seconde bissectrice (droite d'équation $y = -x$).

Dans les représentations ci-dessous, la droite verte est la droite initiale $\mathcal{D}$ et la droite bleue est sa symétrique par rapport à l'axe précisé.

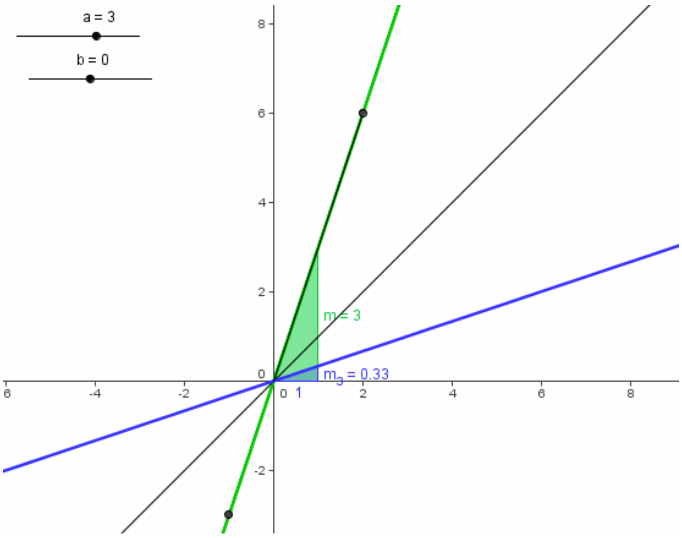
Symétrie par rapport à l'axe des abscisses :



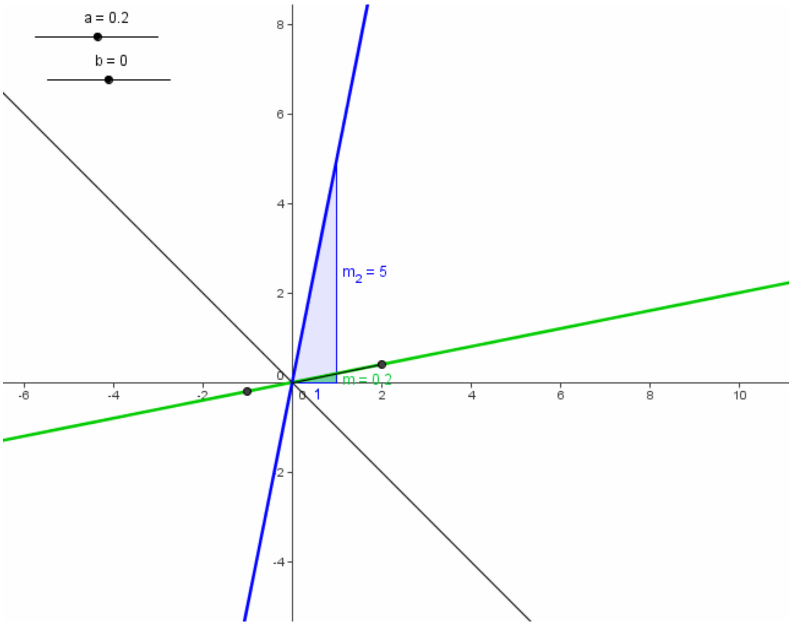

Symétrie par rapport à l'axe des ordonnées :




Symétrie par rapport à la première bissectrice :

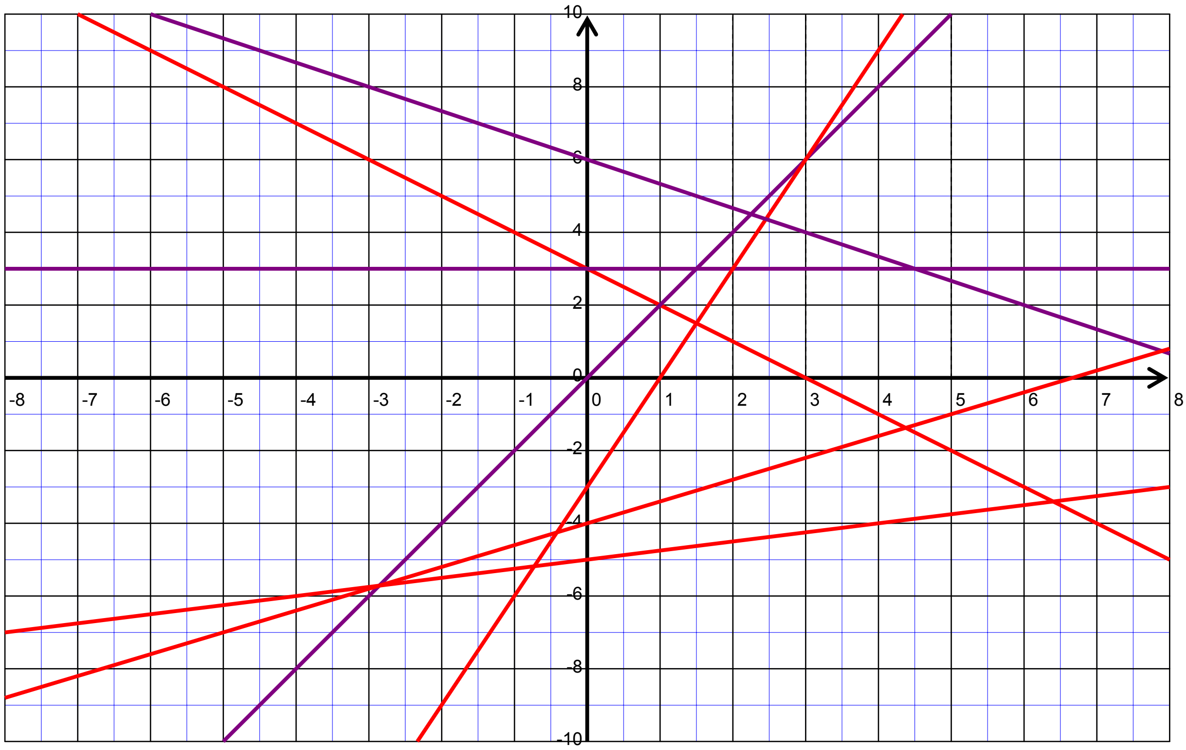


Symétrie par rapport à la seconde bissectrice :




Pour aller plus loin, on pourra se placer dans un repère orthogonal…

Pour conclure, une mise en application est réalisée en demandant aux élèves de déterminer les équations des droites représentées dans le repère ci-dessous :



## Introduction à la dérivation en utilisant un T.B.I.

Problématiques développées : P1, P2, P4, P8 et P9.
Série : toutes séries (expérimenté en première ES-L).
Place dans la progression : avant le cours sur la dérivation.

| | |
|---|---|
| **Objectifs pédagogiques** | Réactiver les connaissances sur les fonctions, sur les droites.<br>Introduire un nouvel outil et montrer son intérêt. |
| **Compétences** | Avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus.<br>Mener des raisonnements.<br>Communiquer à l'oral. |
| **Connaissances** | Les fonctions.<br>Les droites. |
| **Modalités de gestion de classe** | Travail individuel et collectif. |

## Scénario d'introduction au chapitre sur la dérivation

Le scénario pédagogique consiste à introduire le nombre dérivé en classe de Première. Il a été testé en classe de 1$^{\text{ère}}$ L avec un groupe d'élèves peu habitués à manier les concepts d'analyse. Le professeur utilise un Tableau Blanc Interactif (T.B.I, appelé aussi T.N.I pour Tableau Numérique Interactif) ainsi que des boîtiers de vote.

### Le tableau blanc interactif

Le T.B.I. est un outil numérique permettant de centraliser sur le tableau les logiciels, les cours, les écrits numérisés, en complète interaction à partir de l'écran de projection. L'enseignant est ainsi plus libre, il n'est plus astreint à rester à côté de l'ordinateur. Il fait face aux élèves et peut mieux observer son public. Les essais des élèves, les expérimentations effectuées peuvent être stockés afin de conserver trace de la vie mathématique de la classe.

Il est possible en outre d'utiliser des boîtiers d'évaluation qui permettent aux élèves de répondre en direct et de manière individuelle à des questionnaires à choix multiples. Les résultats des votes apparaissent en direct sur l'écran du T.B.I., et aident le professeur à établir des diagnostics sur les connaissances et les savoir-faire des élèves, ce qui lui permet ensuite de mettre en place les réponses pédagogiques appropriées.

### Partie I : évaluation diagnostique des élèves

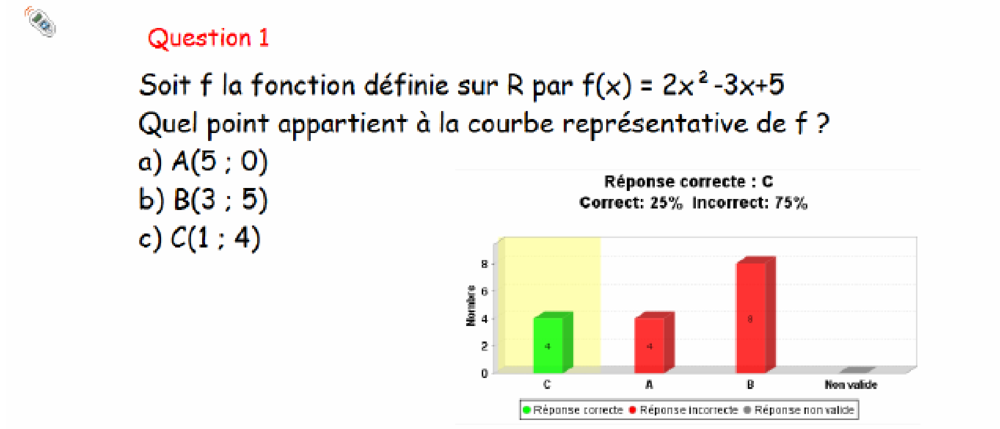
Afin de faire le point sur certaines connaissances des élèves portant sur les fonctions, nécessaires à une bonne compréhension du chapitre sur la dérivation, le professeur a conçu un QCM comprenant en particulier des distracteurs permettant de repérer quelques erreurs spécifiques. L'objectif de l'enseignant est ainsi d'effectuer en direct des remédiations personnalisées en classe entière.

Pour chaque question du QCM, l'élève doit voter pour la réponse qu'il pense être la bonne. Le tableau récapitulatif des résultats s'affiche ensuite sur le T.B.I..Le professeur relève les erreurs commises en temps réel, sans que la notion de sanction ne soit présente. Il repère un élève concerné par une erreur et lui demande d'expliquer son raisonnement. L'enseignant peut alors démonter les mécanismes erronés.

Cette expérimentation a duré 2 heures. Elle a permis de faire le point sur des notions essentielles portant sur les fonctions et a aidé les apprenants à créer leurs propres fiches méthodologiques. En effet, les élèves consignent, dans un petit cahier personnel, les aides, les méthodes, les outils de contrôle à l'aide des TIC (calcul formel, logiciel de géométrie…), les rappels de cours dont ils estiment avoir besoin, ainsi que leurs erreurs analysées et corrigées.

On trouvera ci-dessous les questions posées ainsi que des extraits de travaux effectués en classe, et notifiés dans certains « petits cahiers » d'élèves.

*Question 1 :*

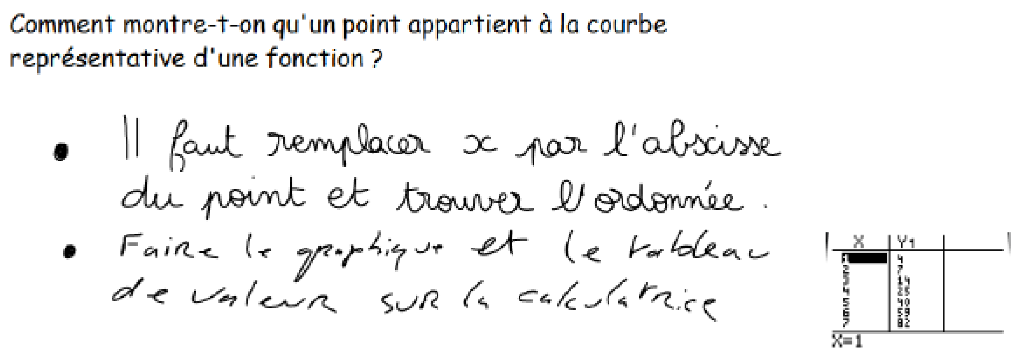



La moitié des élèves font une confusion avec la forme canonique dans laquelle on voit apparaître les coordonnées du sommet de la parabole et pensent qu'il y a un lien entre les coordonnées d'un point de la courbe et les coefficients de son équation. Un quart d'entre eux confondent abscisse et ordonnée.

Pistes de remédiation :

- Faire expliciter par un élève ayant répondu B la méthode permettant de contrôler qu'un point appartient à la courbe représentative d'une fonction.
- Mettre en évidence les liens entre la forme canonique et la parabole correspondante.
- Utiliser le tableau de valeurs de la calculatrice.
- Rappeler la définition de la courbe représentative d'une fonction.

Un extrait du cahier d'un élève :




*Complément* : On peut prolonger par l'écriture d'un algorithme :

Construire un algorithme vérifiant l'appartenance d'un point à la courbe

Entrée : on définit la fonction $f$
on entre les coordonnées $(x, y)$ du point

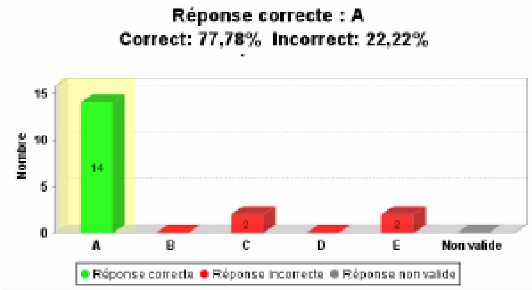
Traitement : si $f(x) = y$
alors afficher « oui »
sinon afficher « non »

*Question 2 :*

**Question 2**

Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = 3-2x^2$.
Soit (C) sa courbe dans un repère orthonormé.
Le point M de (C) d'abscisse -3 a pour ordonnée :

a) -15
b) 21
c) -9
d) 9
e) -33




Les élèves ont manifestement retenu la notion d'appartenance à une courbe. Seules quelques erreurs de calcul sont relevées.

Piste de remédiation :

- Expliciter les règles de priorité des opérations.

Un extrait du cahier d'un élève :

Quelles étaient les erreurs visées dans la question précédente ?

$3 - 2 \times (-3)^2$

$= 3 - 2 \times 9$

$= -15$

$(-3)^2 \neq -9$

$(-3)^2 \neq 6$ Confusion carré - double

$2x^2 \neq (2x)^2$

*Question 3 :*

## Question 3

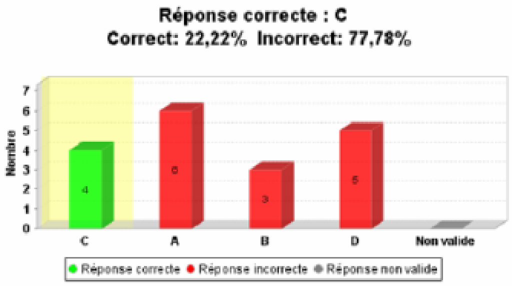
Soit f la fonction définie sur R par $f(x)= 2x^2-1$
L'image du réel 1 +h est :

a) $2h^2 +1$

b) $3+ 4h+ 4h^2$

c) $1 + 4h + 2h^2$

d) $1+h^2$




La plupart des élèves ne comprennent pas la question posée.

Pistes de remédiation :

- Faire expliquer par certains élèves le sens de cette question.
- Se réapproprier les identités remarquables.
- Apprendre à contrôler la validité du développement (usage de tests, utilisation d'un logiciel de calcul formel,…).

Un extrait du cahier d'un élève :

Comment contrôler le résultat de mon calcul ?

$$2(1+h)^2-1 = 2\left[1+\underline{2\times1\times h}+h^2\right]-1$$
$$= 2+4h+2h^2-1 = 2h^2+4h+1$$

- on peut contrôler en remplaçant h par une valeur par exemple 1.

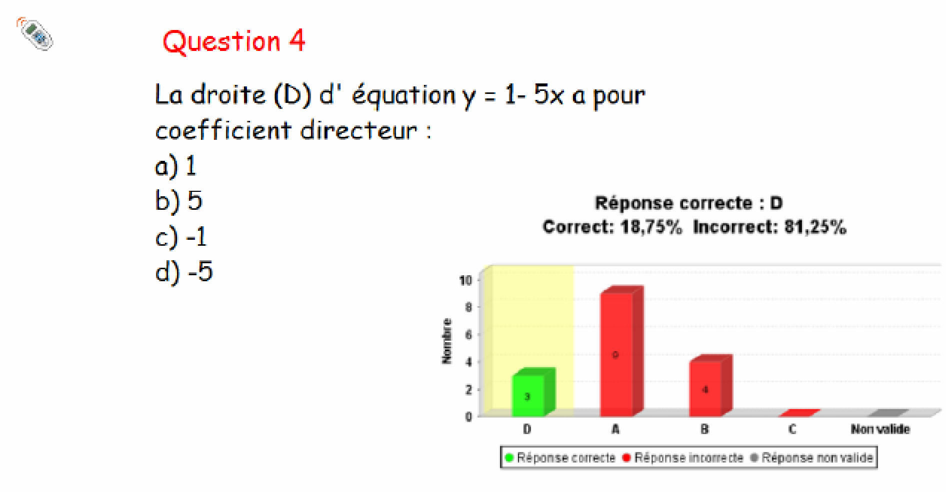
$f(1+1) = 2(2)^2-1 = 7$

a) $2\times1^2+1=3$  b) $3+4+4=11$
c) $1+4+2=7$  d) $1+1^2=2$

- on utilise un logiciel de calcul formel

```
1 f(x):=2x^2-1
      x -> 2·x^2-1
2 f(1+h)
      2·(1+h)^2-1
3 simplify(f(1+h))
      2·h^2+4·h+1
```

*Question 4 :*

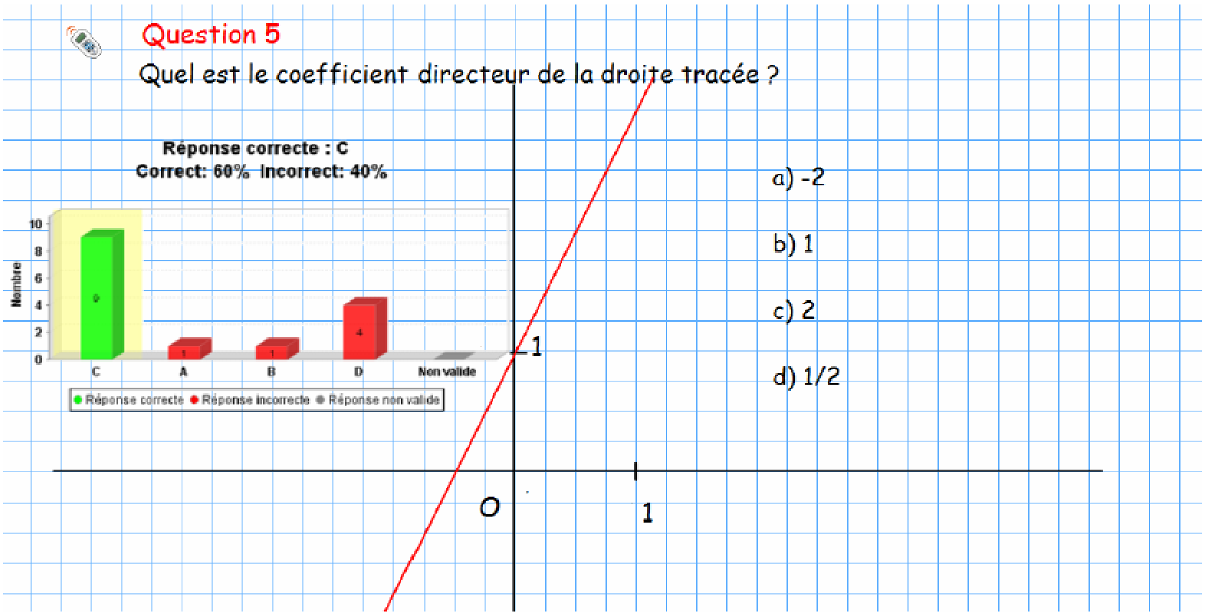



Les réponses mettent en évidence des connaissances trop fragiles.

Pistes de remédiation :

- Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique pour construire une image mentale du coefficient directeur d'une droite.
- Travail sur la proportionnalité des accroissements de $x$ et $y$. Faire remarquer alors que si $x$ « augmente » de 1, alors y « augmente » de $a$.

*Question 5 :*

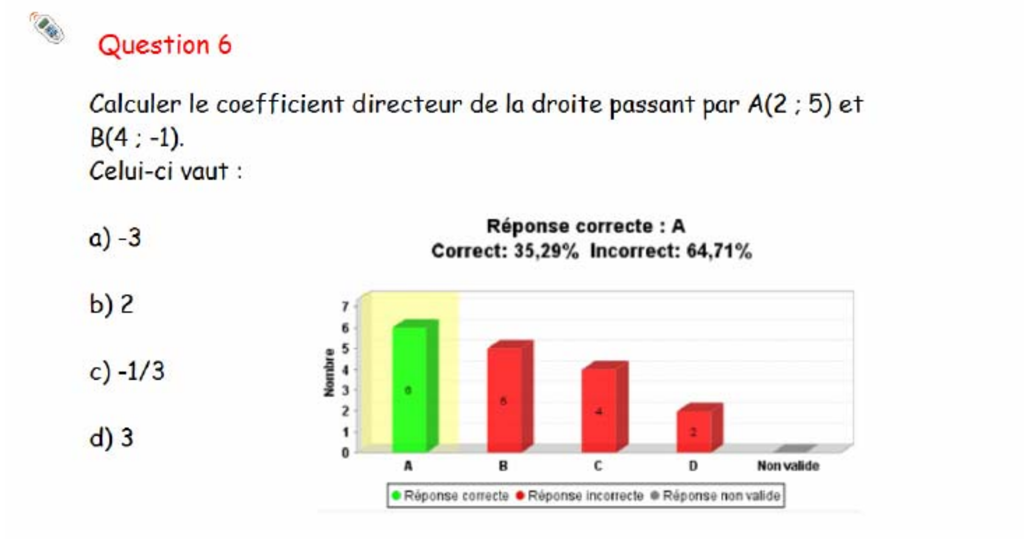



On note encore quelques confusions entre l'abscisse et l'ordonnée.

Pistes de remédiation :

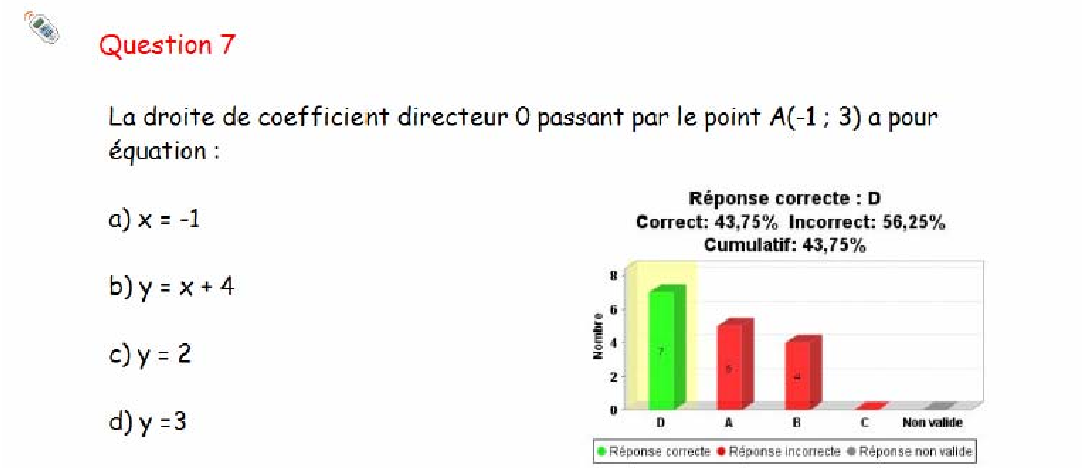
- Interpréter le coefficient directeur en termes d'inclinaison.
- Lire graphiquement le coefficient directeur d'une droite.
- Faire le lien avec la formule $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

*Question 6 :*




Visualiser la droite permet d'apporter une remédiation efficace.

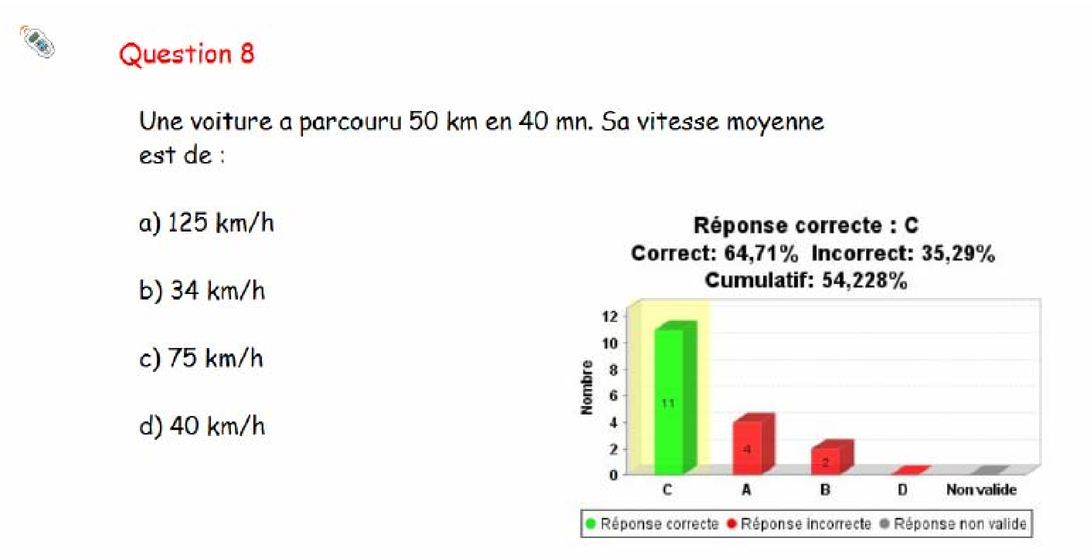
*Question 7 :*




Pistes de remédiation :

- Visualiser la droite horizontale.
- Caractériser l'ensemble des points ayant même ordonnée.
- Rappeler le lien entre coefficient directeur et inclinaison d'une droite.

*Question 8 :*




Pistes de remédiation :

- Donner du sens à la notion de vitesse.
- Explicitation des démarches utilisées (règle de trois, « produit en croix », propriétés de linéarité, formule sur la vitesse).

**<u>Pistes de travail en accompagnement personnalisé (AP) ou à l'extérieur de la classe</u>**

On pourra poursuivre les remédiations en Accompagnement Personnalisé à partir des notes écrites sur les « petits cahiers » des élèves qui constituent dorénavant des références pour les apprenants.

- Aide à la structuration des connaissances, à l'apprentissage d'une leçon : exposé oral des connaissances sur les fonctions affines.
- Aide au développement de l'autonomie : rédaction d'une fiche-méthode sur la lecture d'une image, d'un antécédent, construction d'un tableau de valeurs et d'une courbe représentative, vérification de l'appartenance d'un point à une courbe, fonctions polynômes du second degré…
- Utilisation de la fiche-méthode précédente pour résoudre des exercices d'entraînement choisis par l'élève lui-même en fonction de l'analyse qu'il fait de ses difficultés.
- Utilisation d'un exerciseur en ligne (Euler, WIMS…) pour des exercices répétitifs sur la lecture ou le calcul d'un coefficient directeur.

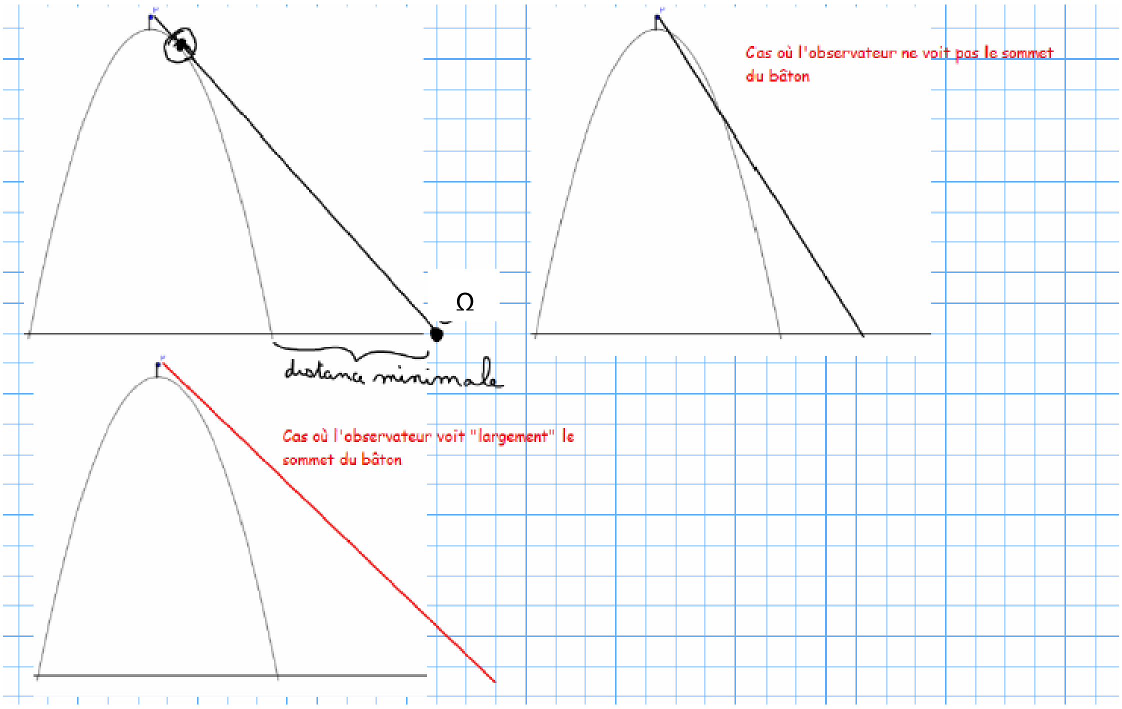
**Partie II : découverte de la notion de tangente à une courbe**

Reprise avec *GeoGebra* de l'activité terril (Document d'accompagnement – 2001).

L'énoncé du problème :

Au sommet d'un terril de 25m de haut se trouve planté un bâton de 1 m de haut. À quelle distance minimale du pied du terril faut-il se placer pour apercevoir le bout du bâton de 1 m de haut ?

Le professeur découpe le T.B.I. en quatre parties sur lesquelles le schéma du terril est représenté. Il propose à quatre élèves de positionner avec des tracés l'endroit où devrait se trouver l'observateur. Les différentes réflexions des élèves aboutissent au fait que la position la meilleure est celle où la droite (ΩP) reliant l'observateur au sommet du bâton « frôle » un point du terril. Le mot « tangente » est évoqué par certains apprenants. Les schémas suivants sont sélectionnés :




Le débat mathématique autour de l'existence d'une telle droite se poursuit dans la classe.

Le professeur demande aux élèves d'admettre que la ligne de pente de ce terril est une portion de la parabole d'équation $y = -x^2 + 25$.

On sait que l'ordonnée à l'origine est égale à 26. Donc la droite a une équation de la forme $y = ax + 26$, avec $a < 0$.

Puisqu'il y a un point d'intersection entre la droite et la parabole, alors $x$ est solution de l'équation : $-x^2 + 25 = ax + 26$.

Soit à résoudre l'équation : $x^2 + ax + 1 = 0$.

Le groupe reconnaît une équation du second degré, dont le discriminant vaut $\Delta = a^2 - 4$.

L'équation a une unique solution si et seulement si $a = -2$ (rappel : on sait que $a$ est négatif).

Il reste à vérifier que le point d'intersection est le point de coordonnées (1 ; 24) et que la droite cherchée a pour équation $y = -2x + 26$.

Le point Ω a donc pour abscisse 13.

La tangente est la position limite d'une sécante.

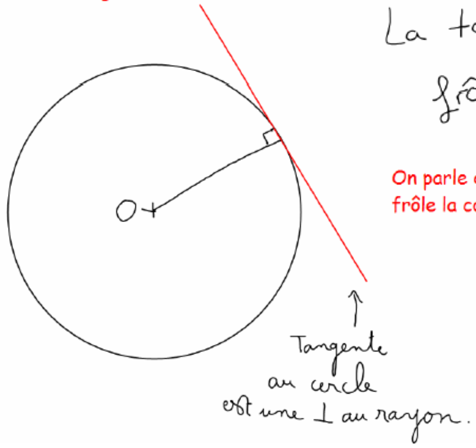
Avec l'exemple du terril, les élèves ont donné « leur » définition de la tangente.

Le mot "droite tangente" a été cité tout de suite.
Que connaissez-vous comme droites tangentes ?

En attendant mieux...

La tangente à une courbe est une droite qui frôle la courbe sans la traverser

On parle de tangente à une courbe EN UN POINT : la tangente frôle la courbe au voisinage de ce point.




Le professeur utilise alors un logiciel de géométrie dynamique pour montrer qu'une tangente à une courbe est la position limite d'une sécante.

La définition de la tangente est ensuite donnée aux élèves. L'enseignant peut alors introduire le taux d'accroissement de la fonction $f$ en $a$, $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$, et sa limite quand $h$ tend vers 0.

## Partie III : définition du nombre dérivé et équation d'une tangente

Extrait des programmes des premières S, ES et L :

| CONTENUS | CAPACITÉS ATTENDUES | COMMENTAIRES |
|---|---|---|
| **Dérivation**<br>Nombre dérivé d'une fonction en un point.<br><br>Tangente à la courbe représentative d'une fonction dérivable en un point. | • Tracer une tangente connaissant le nombre dérivé. | Le nombre dérivé est défini comme limite du taux d'accroissement $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand $h$ tend vers 0.<br>On ne donne pas de définition formelle de la limite.<br>L'utilisation des outils logiciels facilite l'introduction du nombre dérivé. |

Pour conclure le scénario pédagogique, le cours est synthétisé avec la classe. Il est suivi d'exercices d'application axés sur :

- la lecture graphique de nombres dérivés ;
- le tracé d'une tangente connaissant le coefficient directeur de la droite ;
- quelques calculs de taux d'accroissement à l'aide, si besoin, d'un logiciel de calcul formel ;
- la recherche d'équations de tangentes à une courbe donnée en un point.

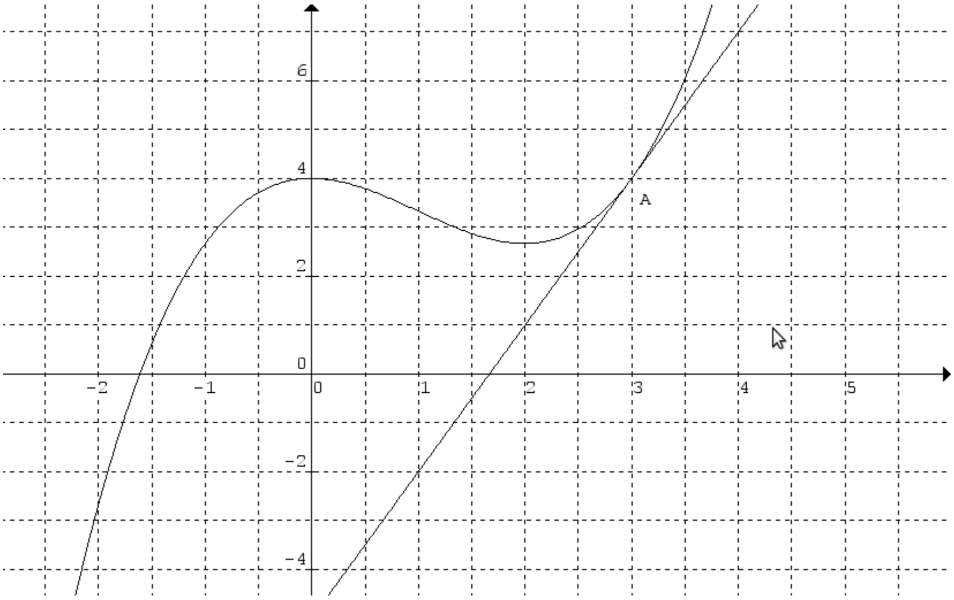
## Partie IV : évaluation formative

Un Questionnaire à Choix Multiples, permettant à chaque élève de s'auto-évaluer, est mis en ligne par le professeur. Cette auto-évaluation aide l'élève à repérer ses points forts et ses points faibles. Il peut ainsi travailler certaines connaissances mal dominées, avec l'aide éventuelle d'un enseignant, avant une interrogation écrite.

1) La fonction $f$ est définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = -2x^2 + x + 2$. Lequel des points suivants appartient à la courbe représentative de $f$ ?

a. A(2 ; 0) b. B(1 ; 2) c. C(2 ; 2) d. D(2 ; -4)

On donne la courbe représentative d'une fonction $g$ qui permet de répondre aux questions 2), 3), 4) et 5) :




2) La valeur de $g(-2)$ est :

a. $-2{,}5$ b. $-1{,}75$ c. 0 d. 0,5

3) La valeur de $g'(0)$ est:

a. 4 b. 7 c. 0 d. $-0{,}75$

4) Le coefficient directeur de la tangente au point A est :

a. 4 b. 3 c. $-3$ d. 2

5) La tangente tracée permet de déterminer :

a. $g'(4)$ b. $g'(3)$ c. $g'(-3)$ d. $g'(1{,}75)$

6) Soit $f$ la fonction définie sur R par $f(x) = x^2 - x + 2$. Pour déterminer $f'(1)$, il faut simplifier l'expression :

a. $\dfrac{f(h)-f(0)}{h}$ b. $\dfrac{f(1+h)-1}{h}$ c. $f(2) - f(1)$ d. $\dfrac{f(1+h)-2}{h}$

7) Soit $f$ la fonction définie sur R par $f(x) = x^2 - x + 2$.

On donne la copie d'écran issue de Xcas :

```
f(x):=x^2-x+2
```

$x \to x^2 - x + 2$

```
simplify(f(1+h))
```

$h^2 + h + 2$

La valeur de $f'(1)$ est : a. 2 b. 1 c. 4 d. 0

8) Soit $g$ la fonction définie par $g(t) = \dfrac{t}{t-5}$

On donne la copie d'écran de Xcas:

```
g(t):=t/(t-5)
```

$t \to \dfrac{t}{t-5}$

```
simplify((g(6+h)-g(6))/h)
```

$\dfrac{-5}{h+1}$

La valeur de $g'(6)$ est : a. $-5$ b. $-\dfrac{5}{2}$ c. $-\dfrac{5}{7}$ d. 6