EQUATIONS DE DROITES – SYSTEMES LINEAIRES

1) CARACTERISATION ANALYTIQUE D'UNE DROITE

Définition

Caractériser analytiquement une droite D consiste à établir une relation entre les coordonnées *x* et *y* d'un point M de cette droite de telle sorte que :

– si M appartient à la droite D, alors les coordonnées de M vérifient cette relation ;

– si les coordonnées de M vérifient cette relation alors le point M appartient à la droite D.

Ex :

On se propose d'établir l'équation réduite d'une droite.

Dans le dossier **math,** ouvrez le logiciel **GEOPLANW**.

Faire apparaître le repère en activant l'icône de la barre d'outils ; A l'aide de la boîte de styles , faire apparaître le quadrillage .

Créer le point A de coordonnées (4 ; 3).

Créer ▷ Point ▷ Point repéré ▷ Dans le plan.

et valider l'écran ci-contre :

Créer le point B libre dans plan à coordonnées entières.

Créer ▷ Point ▷ Point libre ▷ A coordonnées entières.

Créer la droite (AB) :

Créer ▷ Ligne ▷ Droite(s) ▷ Définie par deux points.

1) A l'aide de la souris, déplacer le point B sur l'axe des abscisses.

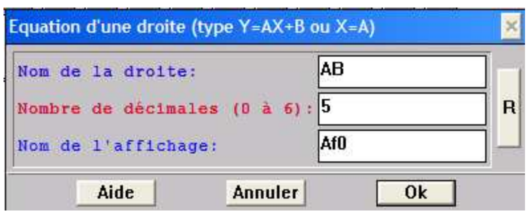
Indiquer une position particulière de la droite (AB).

....

Faire afficher à l'écran l'équation réduite de la droite (AB).

Créer ▷ Affichage ▷ Equation réduite d'une droite.

Et valider l'écran ci-contre :



2) Déplacer le point B sur l'axe des abscisses et compléter le tableau ci-dessous par l'équation réduite de la droite (AB) donnée par le logiciel.

x_B	–1	0	1	2	3	4	5
Equation réduite de la droite (AB)							

3) a) A l'aide de la souris, déplacer le point B sur l'axe des ordonnées.
Indiquer une position particulière de la droite (AB).

....

b) Déplacer le point B sur l'axe des ordonnées et compléter le tableau ci-dessous par l'équation réduite de la droite (AB) donnée par le logiciel.

y_B	–2	–1	0	1	2	3	4
Equation réduite de la droite (AB)							

Théorème

Toute droite du plan admet une équation réduite de la forme :

....

....

2) DROITES PARALLELES

Ex :

Créer le point C de coordonnées (0 ; b) où b est un entier quelconque compris entre –3 et 3 :

Créer ▷ Numérique ▷ Variable entière libre dans un intervalle.

et valider l'écran ci-contre :

Créer la droite d passant par le point C et parallèle à la droite (AB).

Créer ▷ Ligne ▷ Droite(s) ▷ Parallèle.

et valider l'écran ci-contre :

Créer l'affichage à l'écran de l'équation réduite de la droite d avec 5 décimales.

1) Déplacer le point B dans le plan et compléter le tableau ci-dessous par l'équation réduite des droites (AB) et d données par le logiciel.

Coordonnées du point B	(1 ; 3)	(0 ; –2)	(0 ; 0)	(2 ; 0)	(–4 ; 1)	(–6 ; –2)	(–1 ; –2)
Equation réduite de la droite (AB)							
Equation réduite de la droite d							

2) Comparer les équations réduites des droites (AB) et d. Que constate-t-on ?

....

....

Théorème

Deux droites D et D' sont parallèles si et seulement si

....

....

3) INTERSECTION DE DEUX DROITES

Ex :

Créer la droite d passant par le point C et ayant pour coefficient directeur 1,5 :

Créer ▷ Ligne ▷ Droite(s) ▷ Point - coefficient directeur.

Et valider l'écran ci-contre :

Faire bouger la droite d en pilotant la variable b au clavier :

Piloter ▷ Piloter au clavier ▷ Sélectionner la variable b ▷ OK.

1) Faire bouger la droite d en utilisant les flèches ▲ ▼ du clavier.

a) Comment se déplace la droite d ? ....

b) Le point d'intersection I des droites (AB) et d existe-t-il toujours ? ....

....

Créer le point d'intersection I des droites (AB) et d :

Créer ▷ Point ▷ Intersection deux droites.

Créer l'affichage à l'écran des coordonnées du point I avec 5 décimales.

2) Faire bouger la droite d en utilisant les flèches ▲ ▼ du clavier.

a) Le point I existe-t-il toujours ?...

b) Compléter le tableau ci-dessous :

Equation réduite de la droite (AB)	**Y = X – 1**	**Y = X – 1**	**Y = X – 1**	**Y = X – 1**	**Y = X – 1**	**Y = X – 1**	**Y = X – 1**
Equation réduite de la droite d	**Y = 1,5X + 3**	**Y = 1,5X + 2**	**Y = 1,5X + 1**	**Y = 1,5X**	**Y = 1,5X – 1**	**Y = 1,5X – 2**	**Y = 1,5X – 3**
Coordonnées du point I							

3) Faire bouger la droite d en utilisant les flèches ▲ ▼ du clavier et faire bouger le point B sur l'axe des abscisses en utilisant la souris.

a) Indiquer les positions particulières des droites (AB) et d. Le point I existe-t-il toujours ?

....

....

b) Compléter le tableau ci-dessous :

Equation réduite de la droite (AB)	**Y = 0,75X**	**Y = 1,5X – 3**	**Y = –1,5X + 9**	**Y = 0,3X + 1,8**	**X = 4**	**Y = –3X + 15**
Equation réduite de la droite d	**Y = 1,5X + 3**	**Y = 1,5X + 2**	**Y = 1,5X**	**Y = 1,5X – 1**	**Y = 1,5X – 2**	**Y = 1,5X – 3**
Coordonnées du point I						

4) SYSTEMES LINEAIRES

Définition

Un système d'équations linéaires à deux inconnues peut s'écrire $\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{cases}$.

Résoudre un tel système, c'est trouver tous les couples de réels (x ; y) vérifiant chacune des deux équations.

Interprétation graphique :

Résoudre le système revient à déterminer les coordonnées des éventuels points communs aux deux droites d et d' d'équations respectives y = ax + b et y = a'x + b'.

Ex :

Créer une nouvelle figure. Faire apparaître le repère puis le quadrillage.

1) Résoudre graphiquement les systèmes d'équations linéaires suivants :

a) $\begin{cases} y = 7x - 3 \\ y = -x + 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = \dfrac{2}{3}x + 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = \dfrac{2x-1}{3} \\ y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{2} \end{cases}$

2) Retrouver les résultats ci-dessus par le calcul.